

－ 中3X 宿題プリント (1 学期-10) 解答 －

宿題 10-1

$$(1) \quad x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0$$

$$\boxed{x = -3, 2}$$

$$(2) \quad 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$(3x+1)(x-2) = 0$$

$$\boxed{x = -\frac{1}{3}, 2}$$

$$(3) \quad x^2 + 4x - 9 = 0$$

$$(x+2)^2 - 2^2 - 9 = 0$$

$$(x+2)^2 = 13$$

$$x+2 = \pm\sqrt{13}$$

$$\boxed{x = -2 \pm \sqrt{13}}$$

$$(4) \quad x^2 = 8x$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x-8) = 0$$

$$\boxed{x = 0, 8}$$

<注意> $x^2 = 8x$ の両辺を x で割って $x = 8$ とするのは誤り。

$$(5) \quad y = x^2 + 5x + 3$$

$$= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 3$$

$$= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{12}{4}$$

$$= \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{13}{4}$$

より、グラフの頂点は、 $\boxed{\left(-\frac{5}{2}, -\frac{13}{4}\right)}$

$$(6) \quad y = 3x^2 - 2x - 1$$

$$= 3\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) - 1$$

$$= 3\left\{\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2\right\} - 1$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} - 1$$

$$= 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}$$

より、グラフの頂点は、 $\boxed{\left(\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}\right)}$

宿題 10-2

$$(1) \quad y = -2x^2 + x + 3$$

$$= -2\left(x^2 - \frac{1}{2}x\right) + 3$$

$$= -2\left\{\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2\right\} + 3$$

$$= -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{8} + 3$$

$$= -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{25}{8}$$

より、 $y = -2x^2 + x + 3$ のグラフは、頂点が $\left(\frac{1}{4}, \frac{25}{8}\right)$ である上に凸な放物線。

したがって、 $y = -2x^2 + x + 3$ の最大値 M は、

$$M = \boxed{\frac{25}{8}}$$

(2) グラフの頂点の x 座標 $\frac{1}{4}$ は、 $-2 \leq x \leq 2 \cdots \textcircled{1}$ に含まれている。頂点の x 座標 $\frac{1}{4}$ から $\textcircled{1}$ の左端までの距離 L 、右端までの距離 R の大小を調べると、

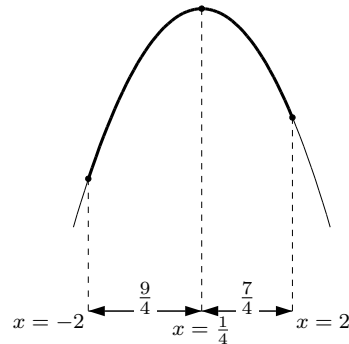
$$L = \frac{1}{4} - (-2) = \frac{9}{4},$$

$$R = 2 - \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \text{ より、}$$

$$L > R \text{ とわかる。}$$

したがって、この 2 次関数が最小となるのは $x = -2$ のときで、

$$m = -2 \cdot (-2)^2 + (-2) + 3 = \boxed{-7}$$



(3) グラフの頂点が $(-3, 2)$ なので、 $y = a(x+3)^2 + 2 \cdots \textcircled{1}$ とおける。

点 $(1, -2)$ を通るので、 $\textcircled{1}$ に $x = 1, y = -2$ を代入し

$$-2 = a(1+3)^2 + 2$$

$$16a = -4$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

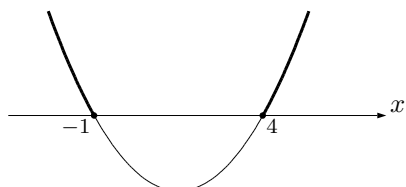
これを $\textcircled{1}$ に代入して、

$$\boxed{y = -\frac{1}{4}(x+3)^2 + 2}$$

- (4) グラフの x 切片が $-1, 5$ であるから、
 $y = a(x+1)(x-5) \cdots \textcircled{1}$ とおける。
 $(3, -6)$ を通るので、 $\textcircled{1}$ に $x = 3, y = -6$ を代入して、
 $-6 = a \cdot 4 \cdot (-2)$
 $a = \frac{3}{4}$
これを $\textcircled{1}$ に代入して、

$$y = \frac{3}{4}(x+1)(x-5)$$

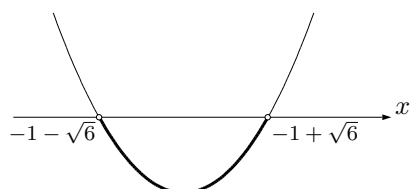
- (5) $y = x^2 - 3x - 4 = (x+1)(x-4)$ のグラフは下図のよう。



このグラフの $y \geq 0$ の部分に注目して、
不等式 $x^2 - 3x - 4 \geq 0$ の解は

$$x \leq -1, x \geq 4$$

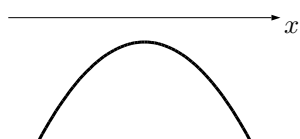
- (6) $y = x^2 + 2x - 5$ のグラフの x 切片は
 $x^2 + 2x - 5 = 0$
 $(x+1)^2 - 1^2 - 5 = 0$
 $(x+1)^2 = 6$
 $x+1 = \pm\sqrt{6}$
 $x = -1 \pm \sqrt{6}$
したがって、 $y = x^2 + 2x - 5$ のグラフは下図のよう。



このグラフの $y < 0$ の部分に注目して、
不等式 $x^2 + 2x - 5 < 0$ の解は

$$-1 - \sqrt{6} < x < -1 + \sqrt{6}$$

- (7) $y = -x^2 + 5x - 7$
 $= -(x^2 - 5x) - 7$
 $= -\left\{\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2\right\} - 7$
 $= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - \frac{28}{4}$
 $= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$
より、このグラフは下図のよう。



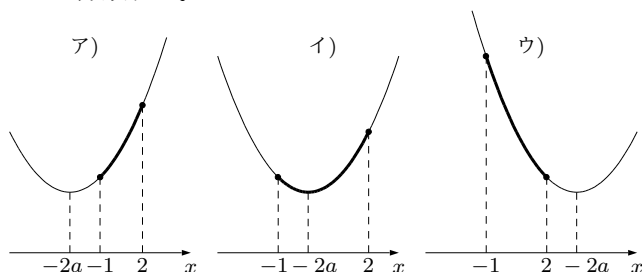
このグラフの $y \leq 0$ の部分に注目して、
不等式 $-x^2 + 5x - 7 \leq 0$ の解は、全実数

宿題 10-3

$$y = x^2 + 4ax + 3 = (x + 2a)^2 - 4a^2 + 3$$

より、この関数のグラフは頂点が $(-2a, -4a^2 + 3)$ である下に凸な放物線。

- (1) 頂点と $-1 \leq x \leq 2$ という範囲の位置関係で3通りに分類する。



ア) $-2a \leq -1$ のとき ($a \geq \frac{1}{2}$ のとき)

y は $x = -1$ で最小値 $(-1)^2 + 4a(-1) + 3 = -4a + 4$ をとる。

イ) $-1 \leq -2a \leq 2$ のとき ($-1 \leq a \leq \frac{1}{2}$ のとき)

y は $x = -2a$ で最小値 $-4a^2 + 3$ をとる。

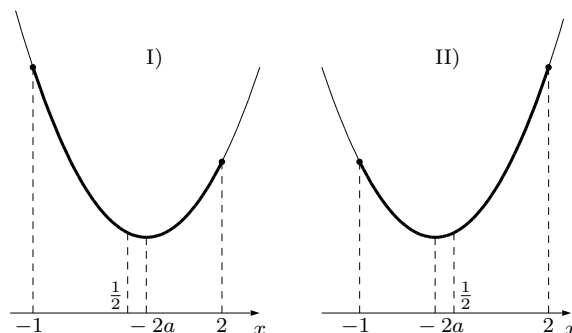
ウ) $2 \leq -2a$ のとき ($a \leq -1$ のとき)

y は $x = 2$ で最小値 $2^2 + 4a \cdot 2 + 3 = 8a + 7$ をとる。

以上をまとめると、

$a \geq \frac{1}{2}$ のとき、	$m = -4a + 4$
$-1 \leq a \leq \frac{1}{2}$ のとき、	$m = -4a^2 + 3$
$a \leq -1$ のとき、	$m = 8a + 7$

- (2) -1 と 2 の真ん中の x の値は $x = \frac{(-1) + 2}{2} = \frac{1}{2}$
これと頂点の x 座標 $-2a$ の大小で、 y が最大となる場所が決まる。



I) $\frac{1}{2} \leq -2a$ のとき ($a \leq -\frac{1}{4}$ のとき)

$x = -1$ で y が最大となり、最大値は $(-1)^2 + 4a(-1) + 3 = -4a + 4$

II) $-2a \leq \frac{1}{2}$ のとき ($a \geq -\frac{1}{4}$ のとき)

$x = 2$ で y が最大となり、最大値は $2^2 + 4a \cdot 2 + 3 = 8a + 7$

以上をまとめると、

$a \leq -\frac{1}{4}$ のとき、	$M = -4a + 4$
$a \geq -\frac{1}{4}$ のとき、	$M = 8a + 7$

宿題 10-4

- (1) 三平方の定理より、

$$x^2 + \sqrt{13}^2 = 7^2$$

$$x^2 = 49 - 13 = 36$$

$$x = \sqrt{36} = \boxed{6} \quad (x \text{ は長さなので正})$$

- (2) 30° , 60° , 90° の直角三角形なので、辺の長さの比は、

$1 : 2 : \sqrt{3}$ である。

したがって、 $x : 5 = 2 : \sqrt{3}$

$$\sqrt{3}x = 5 \times 2$$

$$x = \boxed{\frac{10}{\sqrt{3}}}$$

- (3) $x = BH$ とおく。

$\triangle ABH$ で三平方の定理を用いて、

$$6^2 = x^2 + AH^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$\triangle ACH$ で三平方の定理を用いて、

$$8^2 = (7 - x)^2 + AH^2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、

$$AH^2 = 36 - x^2 = 64 - (7 - x)^2$$

$$36 - x^2 = 64 - (49 - 14x + x^2)$$

$$36 - x^2 = 15 + 14x - x^2$$

$$14x = 21$$

$$x = \boxed{\frac{3}{2}}$$