

－ 中3C 宿題プリント (2 学期-1) 解答－

宿題 1-1

次の整式 $f(x)$ を整式 $g(x)$ で割った商と余りをそれぞれ求めよ。

(1) $f(x) = 3x^3 + 2x + 1, g(x) = x^2 - x + 1$

(2) $f(x) = 3x^3 + 2x + 1, g(x) = 3x^2 - 3x + 3$

(3) $f(x) = x^2 + x + 1, g(x) = 2x + 1$

(4) $f(x) = 2x^2 + x + 5, g(x) = x^2 - x$

$$\begin{array}{r} (1) \quad \begin{array}{r} 3x \quad +3 \\ x^2 - x + 1 \overline{) 3x^3 \quad \quad + 2x + 1} \\ \underline{3x^3 - 3x^2 + 3x} \\ 3x^2 \quad - x + 1 \\ \underline{3x^2 - 3x + 3} \\ 2x - 2 \end{array} \end{array}$$

上の計算により、 $f(x) = 3x^3 + 2x + 1$ を $g(x) = x^2 - x + 1$ で割った商は $\boxed{3x + 3}$ 、余りは $\boxed{2x - 2}$

$$\begin{array}{r} (2) \quad \begin{array}{r} x \quad +1 \\ 3x^2 - 3x + 3 \overline{) 3x^3 \quad \quad + 2x + 1} \\ \underline{3x^3 - 3x^2 + 3x} \\ 3x^2 \quad - x + 1 \\ \underline{3x^2 - 3x + 3} \\ 2x - 2 \end{array} \end{array}$$

上の計算により、 $f(x) = 3x^3 + 2x + 1$ を $g(x) = 3x^2 - 3x + 3$ で割った商は $\boxed{x + 1}$ 、余りは $\boxed{2x - 2}$

補足 割る整式が定数倍されても、余りは変わらない。

$$\begin{array}{r} (3) \quad \begin{array}{r} \frac{1}{2}x \quad +\frac{1}{4} \\ 2x + 1 \overline{) x^2 \quad + x + 1} \\ \underline{x^2 + \frac{1}{2}x} \\ \frac{1}{2}x + 1 \\ \underline{\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}} \\ \frac{3}{4} \end{array} \end{array}$$

上の計算により、 $f(x) = x^2 + x + 1$ を $g(x) = 2x + 1$ で割った商は $\boxed{\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}}$ 、余りは $\boxed{\frac{3}{4}}$

$$\begin{array}{r} (4) \quad \begin{array}{r} 2 \\ x^2 - x \overline{) 2x^2 \quad + x + 5} \\ \underline{2x^2 - 2x} \\ 3x + 5 \end{array} \end{array}$$

上の計算により、 $f(x) = 2x^2 + x + 5$ を $g(x) = x^2 - x$ で割った商は $\boxed{2}$ 、余りは $\boxed{3x + 5}$

宿題 1-2

次の整式 $f(x)$ を整式 $g(x)$ で割った商と余りをそれぞれ求めよ。

(1) $f(x) = (x^2 - x - 5)(x + 2) + 3x + 4, g(x) = x^2 - x - 5$

(2) $f(x) = (x^2 - x - 5)(x + 2) + 3x + 4, g(x) = x + 2$

整式 $f(x), g(x)$ に対して、整式 $Q(x), R(x)$ が

$$\begin{cases} f(x) = g(x) \cdot Q(x) + R(x) \\ \text{【}g(x)\text{の次数】} > \text{【}R(x)\text{の次数】} \end{cases}$$

をみたすとき、 $f(x)$ を $g(x)$ で割った商が $Q(x)$ 、余りが $R(x)$ であった。

(1) $f(x) = g(x) \cdot (x + 2) + \underbrace{3x + 4}_{g(x) \text{ より次数が低い}}$ であるから、

$f(x)$ を $g(x)$ で割った商が $\boxed{x + 2}$ 、余りが $\boxed{3x + 4}$ である。

$$\begin{aligned} (2) \quad f(x) &= (x^2 - x - 5) \cdot g(x) + 3x + 4 \\ &= (x^2 - x - 5) \cdot g(x) + 3(x + 2) - 2 \\ &= (x^2 - x - 5 + 3) \cdot g(x) - 2 \\ &= (x^2 - x - 2) \cdot g(x) + \underbrace{-2}_{g(x) \text{ より次数が低い}} \end{aligned}$$

であるから、 $f(x)$ を $g(x)$ で割った商が $\boxed{x^2 - x - 2}$ 、余りが $\boxed{-2}$ である。

宿題 1-3

放物線 $C: y = x^2$ と直線 $\ell: y = -2x + 3$ の2つの交点を左から A, B とする。

- (1) A, B の座標を求めよ。
- (2) 線分 AB の垂直二等分線を m とする。 m の式を求めよ。
- (3) 直線 m と放物線 C の2つの交点を左から P, Q とする。四角形 APBQ の面積 S を求めよ。

- (1) $y = x^2 \cdots \textcircled{1}$ と $y = -2x + 3 \cdots \textcircled{2}$ を同時にみたす x, y が交点の座標である。

$x^2 = -2x + 3$ を解くと、

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3, 1$$

となり、これが交点 A, B の x 座標である。

$\textcircled{1}$ から y 座標を求め、

$$\boxed{A(-3, 9), B(1, 1)}$$

- (2) 線分 AB の垂直二等分線 m は、

AB の中点 $M\left(\frac{(-3)+1}{2}, \frac{9+1}{2}\right) = (-1, 5)$ を通り、

直線 ℓ (直線 AB) と垂直な直線である。

(ℓ の傾き) $\times$ (m の傾き) $= -1$ より、(m の傾き) $= \frac{1}{2}$

なので、直線 m の式は

$$y = \frac{1}{2}(x - (-1)) + 5$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}}$$

- (3) P, Q の x 座標は

$$x^2 = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

$2x^2 - x - 11 = 0$ を解いて

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{89}}{4}$$

PQ の傾きが $\frac{1}{2}$ であるから、

$$\begin{aligned} PQ &= (P, Q \text{ の } x \text{ 座標の差}) \times \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= \left(\frac{1 + \sqrt{89}}{4} - \frac{1 - \sqrt{89}}{4} \right) \times \frac{\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{\sqrt{89}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

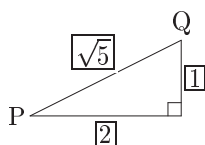
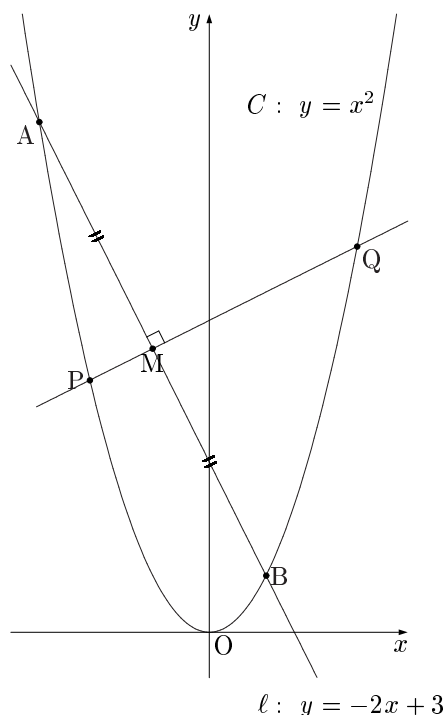
AB の傾きが -2 であるから、

$$\begin{aligned} AB &= (A, B \text{ の } x \text{ 座標の差}) \times \sqrt{5} \\ &= (1 - (-3)) \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

AB $\perp$ PQ なので、

$$S = \frac{1}{2} AB \times PQ = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times \left(\frac{\sqrt{89}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \right)$$

$$= \boxed{\frac{5\sqrt{89}}{2}}$$



宿題 1-4

$N = 2160$ とする。

- (1) N を素因数分解せよ。
- (2) N の正の約数の個数 n を求めよ。
- (3) N の正の約数の和 S を求めよ。
- (4) N の正の約数のうち、平方数であるものの個数 m を求めよ。

(1) $N = \boxed{2^4 \cdot 3^3 \cdot 5}$

- (2) N の正の約数は
 $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ ($a = 0, 1, 2, 3, 4$ $b = 0, 1, 2, 3$ $c = 0, 1$)
 の形で表せる。

その個数 n は

$$n = 5 \times 4 \times 2 = \boxed{40}$$

- (3) $(1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(1 + 3^1 + 3^2 + 3^3)(1 + 5^1)$ を展開すると、 N の正の約数すべてが重複なく現れる。
 よって、

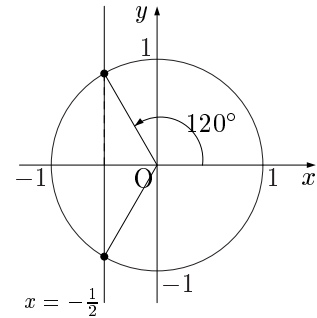
$$S = (1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4)(1 + 3^1 + 3^2 + 3^3)(1 + 5^1) \\ = 31 \times 40 \times 6 = \boxed{7440}$$

- (4) N の正の約数のうち、平方数であるものは、
 $2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ (a, b, c は偶数) の形。
 a, b, c がとりうる値は $a = 0, 2, 4$ $b = 0, 2$ $c = 0$ なので
 その個数 m は $m = 3 \times 2 \times 1 = \boxed{6}$

宿題 1-5

- (1) $\cos \theta = -\frac{1}{2}$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ をみたす θ をすべて求めよ。
- (2) $\sin \theta = \frac{2}{3}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$ をみたす θ について、 $\cos \theta$ の値を求めよ。
- (3) $AB = 6$, $BC = 4$, $CA = 5$ である三角形 ABC について、以下の値を求めよ。
 (ア) $\cos A$
 (イ) $\sin A$
 (ウ) 三角形 ABC の外接円の半径 R

- (1) 下図より、 $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ となる角は、 $\boxed{\theta = 120^\circ, 240^\circ}$



- (2) $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ に $\sin \theta = \frac{2}{3}$ を代入して

$$\cos^2 \theta + \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1$$

$$\cos^2 \theta = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\cos \theta = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$90^\circ < \theta < 180^\circ$ なので $\cos \theta < 0$ であり、

$$\cos \theta = \boxed{-\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

- (3) (ア) 余弦定理より、 $4^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cos A$

$$\cos A = \frac{36 + 25 - 16}{2 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{45}{2 \cdot 6 \cdot 5} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

(イ) $\cos^2 A + \sin^2 A = 1$ に (ア) の結果を代入して、

$$\sin^2 A = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{16}$$

$0^\circ < A < 180^\circ$ なので $\sin A > 0$ であり、

$$\sin A = \boxed{\frac{\sqrt{7}}{4}}$$

(ウ) 正弦定理より、 $2R = \frac{BC}{\sin A}$

$$R = \frac{4}{2 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}} = \frac{8}{\sqrt{7}} = \boxed{\frac{8\sqrt{7}}{7}}$$