－ 中 3C　宿題プリント (2 学期-2)　解答－

宿題 2-1

整式 $f(x)$ を $(x+2)(x^2+2x+3)$ で割った余りが $2x^2+3x+4$ である。

(1) 商を $Q(x)$ として、この割算を表す等式を作れ。

(2) $f(x)$ を $x+2$ で割った余りを求めよ。

(3) $f(x)$ を x^2+2x+3 で割った余りを求めよ。

(1) $f(x)=(x+2)(x^2+2x+3)\,Q(x)+2x^2+3x+4$

(2) 剰余の定理より、求める余りは $f(-2)$ と等しい。
(1) の等式に $x=-2$ を代入して
$f(-2)=0+2(-2)^2+3(-2)+4=\boxed{6}$

(3) (1) の等式より、$f(x)$ を x^2+2x+3 で割った余りは $2x^2+3x+4$ を x^2+2x+3 で割った余りと等しい。
$2x^2+3x+4=2(x^2+2x+3)-x-2$ より、求める余りは $\boxed{-x-2}$

宿題 2-2

次の整式 $f(x)$ を整式 $g(x)$ で割った余りを求めよ。商は求めなくてよい。

(1) $f(x)=x^3+3x^2-5x-3,\ g(x)=x-2$

(2) $f(x)=x^5+3x^4-2x^3+4x+1,\ g(x)=x+1$

(3) $f(x)=3x^3+4x^2-4x+2,\ g(x)=3x-1$

(1) 剰余の定理より、求める余りは
$f(2)=2^3+3\cdot 2^2-5\cdot 2-3=\boxed{7}$

(2) 剰余の定理より、求める余りは
$f(-1)=(-1)^5+3(-1)^4-2(-1)^3+4(-1)+1$
$=-1+3+2-4+1=\boxed{1}$

(3) $f(x)$ を $3x-1$ で割った余りを r, 商を $Q(x)$ とおくと、
$f(x)=(3x-1)\,Q(x)+r$ と表せる。
よって、求める余り r は
$r=f\left(\frac{1}{3}\right)=3\left(\frac{1}{3}\right)^3+4\left(\frac{1}{3}\right)^2-4\cdot\frac{1}{3}+2=\frac{1}{9}+\frac{4}{9}-\frac{4}{3}+2$
$=\boxed{\frac{11}{9}}$

宿題 2-3

整式 $f(x)=x^5+3x^2-2x+1$ を整式 $g(x)=(x-1)(x+2)$ で割った余りを求めよ。商は求めなくてよい。

2 次式 $g(x)$ で割った余りは 1 次以下なので $ax+b$ とおける。商を $Q(x)$ とすると、

$f(x)=x^5+3x^2-2x+1$
$\quad=(x-1)(x+2)\,Q(x)+ax+b\ \cdots①$
と表せる。

① に $x=1$ を代入すると
$1^5+3\cdot 1^2-2\cdot 1+1=a\cdot 1+b$
$3=a+b\ \cdots②$

① に $x=-2$ を代入すると
$(-2)^5+3\cdot(-2)^2-2(-2)+1=a\cdot(-2)+b$
$-15=-2a+b\ \cdots③$

②, ③ を連立して解くと
$a=6,\ b=-3$

したがって、求める余りは $\boxed{6x-3}$

宿題 2-4

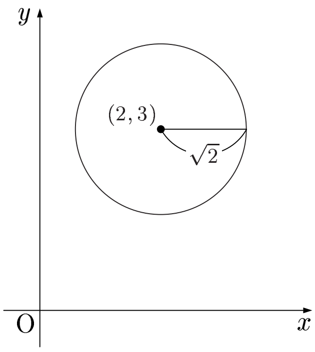
次の式が表す円を xy 平面に図示せよ。円の中心の座標、x 切片、y 切片も（それらがある場合は）明記すること。

(1) $(x-2)^2+(y-3)^2=2$

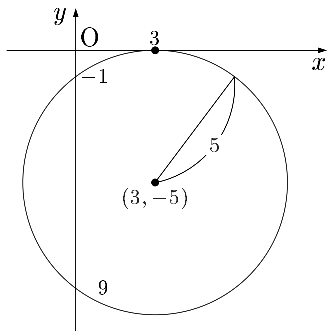
(2) $x^2+y^2-6x+10y+9=0$

(3) $x^2+y^2=4x$

(1) $(x-2)^2+(y-3)^2=2$ が表す円は、中心が $(2,3)$, 半径が $\sqrt{2}$ である。

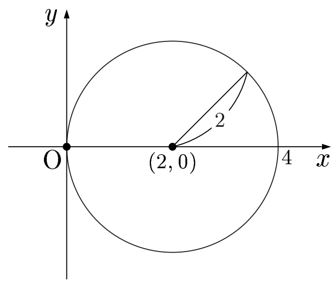


(2) $x^2+y^2-6x+10y+9=0\ \cdots①$
$(x-3)^2-3^2+(y+5)^2-5^2+9=0$
$(x-3)^2+(y+5)^2=25$
この式が表す円は、中心 $(3,-5)$, 半径 5 である。
y 切片は ① で $x=0$ を代入して
$y^2+10y+9=0\Leftrightarrow(y+1)(y+9)=0$ より
$y=-1,-9$



(3) $x^2+y^2=4x$
$x^2-4x+y^2=0$
$(x-2)^2-2^2+y^2=0$
$(x-2)^2+y^2=4$

この式が表す円は、中心 $(2,0)$, 半径 2 である。



宿題 2-5

次の 2 数の最大公約数を求めよ。

(1)　$187, 391$

(2)　$221, 864$

2 つの整数 x, y の最大公約数を $\mathrm{GCD}(x, y)$ で表す。

(1)　$391 = 187 \times 2 + 17$

$187 = 17 \times 11$ より

$\mathrm{GCD}(187, 391) = \mathrm{GCD}(187, 17) = \boxed{17}$

(2)　$864 = 221 \times 3 + 201$

$221 = 201 \times 1 + 20$

$201 = 20 \times 10 + 1$ より

$\mathrm{GCD}(864, 221) = \mathrm{GCD}(201, 221) = \mathrm{GCD}(201, 20)$

$= \mathrm{GCD}(1, 20) = \boxed{1}$

宿題 2-6

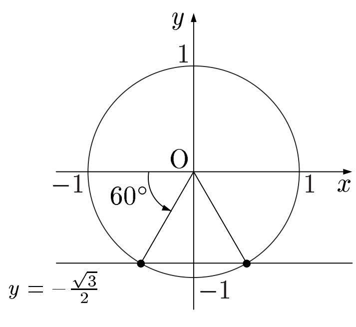
(1)　$\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ をみたす θ をすべて求めよ。

(2)　円に内接する四角形 ABCD において、$\mathrm{AB} = 2$, $\mathrm{BC} = 3$, $\mathrm{CD} = 4$, $\mathrm{DA} = 6$ とする。以下の値を求めよ。

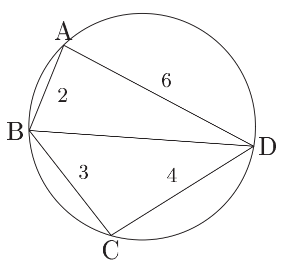
(ア) $\cos A$
(イ) 対角線 BD の長さ
(ウ) 四角形 ABCD の面積 S

(1)　下図より、$\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ となる角は、

$\boxed{\theta = 240^\circ,\ 300^\circ}$



(2)



(ア) $\triangle\mathrm{ABD}$, $\triangle\mathrm{BCD}$ で余弦定理を用いると

$\mathrm{BD}^2 = 2^2 + 6^2 - 2 \cdot 2 \cdot 6 \cos A \ \cdots$ ①

$\mathrm{BD}^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cos C \ \cdots$ ② が成立。

四角形 ABCD は円に内接しているので、$A + C = 180^\circ$ であり、$\cos C = -\cos A$ である。

これと ② より、$\mathrm{BD}^2 = 25 + 24\cos A \ \cdots$ ②′

①, ②′ より $40 - 24\cos A = 25 + 24\cos A$

$\therefore\ \cos A = \boxed{\frac{5}{16}}$

(イ)　②′ に (ア) の結果を代入して、

$\mathrm{BD}^2 = 25 + 24 \cdot \frac{5}{16} = \frac{65}{2}$

$\mathrm{BD} = \frac{\sqrt{65}}{\sqrt{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{130}}{2}}$

(ウ)　$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$ に (ア) の結果を代入して、

$\sin^2 A = 1 - \left(\frac{5}{16}\right)^2 = \frac{231}{16^2}$

$0^\circ < A < 180^\circ$ なので $\sin A > 0$ であり、

$\sin A = \frac{\sqrt{231}}{16}$

$A + C = 180^\circ$ なので、$\sin C = \sin A$ である。

$S = \triangle\mathrm{ABD} + \triangle\mathrm{BCD}$

$= \frac{1}{2}\mathrm{AB} \cdot \mathrm{AD} \cdot \sin A + \frac{1}{2}\mathrm{CB} \cdot \mathrm{CD} \cdot \sin C$

$= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 \cdot \sin A + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \sin A$

$= 12\sin A = 12 \cdot \frac{\sqrt{231}}{16} = \boxed{\frac{3\sqrt{231}}{4}}$