

中3数学D 復習テスト解答 2学期-4

1.

$$(1) \quad 2x^3 + 3x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$\therefore x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{7}{2} = 0$$

の3解が α, β, γ なので、方程式の左辺は

$$x^3 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$$

$$= (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) \dots\dots\dots \star$$

と因数分解できる.

☆の両辺の係数を比較して、

$$\begin{cases} \frac{3}{2} = -\alpha - \beta - \gamma \\ -\frac{5}{2} = \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma \\ -\frac{7}{2} = -\alpha\beta\gamma \end{cases} \therefore \begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = \boxed{-\frac{3}{2}} \\ \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = \boxed{-\frac{5}{2}} \\ \alpha\beta\gamma = \boxed{\frac{7}{2}} \end{cases}$$

$$(2) \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{7}{2}} = \boxed{-\frac{5}{7}}$$

(3) $(1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma)$ は☆の右辺に $x = 1$ を代入したものであるから、

$$\begin{aligned} & (1 - \alpha)(1 - \beta)(1 - \gamma) \\ &= 1 + \frac{3}{2} - \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = \boxed{-\frac{7}{2}} \end{aligned}$$

2.

(1) α, β, γ を3解にもつ x の3次方程式として、

$$(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma) = 0$$

がある.

この左辺を展開すると、

$$\begin{aligned} & x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 \\ & \quad + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x - \alpha\beta\gamma = 0 \end{aligned}$$

なので、

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = -1 \\ \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = -32 \\ \alpha\beta\gamma = 60 \end{cases}$$

より、

$$\boxed{x^3 + x^2 - 32x - 60 = 0} \dots\dots\dots \star$$

となる.

(2) ☆の3解が α, β, γ なので、☆を解くと、

$$x^3 + x^2 - 32x - 60 = 0$$

$$(x + 2)(x^2 - x - 30) = 0$$

$$(x + 2)(x + 5)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -2, -5, 6$$

いま、 $\alpha < \beta < \gamma$ なので、

$$\boxed{\alpha = -5, \beta = -2, \gamma = 6}$$