

中3数学D 復習テスト解答 2学期-6

1.

- (1) $f(x)$ を $x-1, x-2, x-3$ で割った余りがそれぞれ 4, 7, 14 であるから, 剰余定理より,

$$f(1) = \boxed{4}, f(2) = 7, f(3) = 14$$

- (2) したがって, 2 次式 $f(x)$ を

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

とおくと,

$$\therefore \begin{cases} a + b + c = 4 \\ 4a + 2b + c = 7 \\ 9a + 3b + c = 14 \end{cases}$$

が成り立つ.

これを解くと $a = 2, b = -3, c = 5$ であるから,

$$f(x) = \boxed{2x^2 - 3x + 5}$$

2.

- (1) $f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0$

なので, 因数定理より, 3 次式 $f(x)$ は

$$(x-1)(x-2)(x-3)$$

で割り切れる.

次数より商は定数であるから, これを q

とおくと,

$$f(x) = q(x-1)(x-2)(x-3)$$

この両辺に $x = 4$ を代入すると, $f(4) = 1$ より,

$$1 = q \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad \therefore q = \frac{1}{6}$$

したがって,

$$f(x) = \frac{1}{6}(x-1)(x-2)(x-3)$$

であり, $f(5) = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = \boxed{4}$.

- (2) [方針 I]

3 次式 $f(x)$ を

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

とおくと, 因数定理より

$$f(1) = 1, f(2) = 32, f(3) = 243, f(4) = 1024$$

なので,

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ 8a + 4b + 2c + d = 32 \\ 27a + 9b + 3c + d = 243 \\ 64a + 16b + 4c + d = 1024 \end{cases}$$

が成り立つ. これを解いて

$$a = 65, b = -300, c = 476, d = -240$$

したがって,

$$f(x) = 65x^3 - 300x^2 + 476x - 240$$

であり,

$$f(5) = 8125 - 7500 + 2380 - 240 = \boxed{2765}$$

[方針 II]

5 次式

$$x^5 - f(x)$$

を $g(x)$ とおくと,

$$f(1) = 1^5, f(2) = 2^5, f(3) = 3^5, f(4) = 4^5$$

なので,

$$g(1) = 0, g(2) = 0, g(3) = 0, g(4) = 0$$

であるから, 5 次式 $g(x)$ は 4 次式

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

で割り切れる.

次数より商は 1 次式であるから, これを

$$ax + b$$

とおくと,

$$x^5 - \underbrace{f(x)}_{3\text{次式}}$$

$$= (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(ax+b)$$

まず, x^5 の係数を比べて $a = 1$ と分かり,

次に x^4 の係数を比べると,

$$0 = -1 - 2 - 3 - 4 + b \quad \therefore b = 10$$

と分かる.

したがって,

$$x^5 - f(x)$$

$$= (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x+10)$$

両辺に $x = 5$ を代入して,

$$5^5 - f(5) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 15$$

$$\therefore f(5) = 3125 - 360 = \boxed{2765}$$