中3数学D　復習テスト解答　2学期−8

復習 8-1

x の 2 次方程式

$2x^2+4x-k=0 \quad \therefore 2x^2+4x=k$

の実数解は,

$y=2x^2+4x$

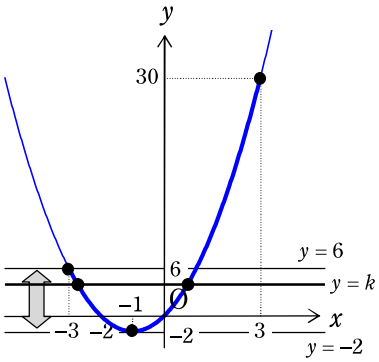
$=2(x+1)^2-2$ …… ①

$y=k$ …… ②

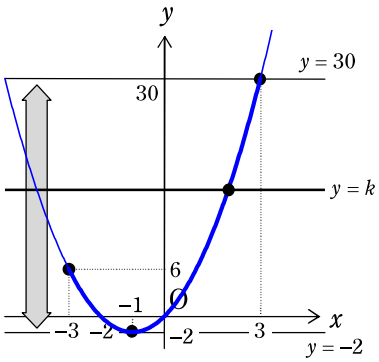
のグラフの共有点の x 座標に他ならない.

したがって,

(1) ①, ②のグラフが $-3 \leqq x \leqq 3$ の範囲で 2 点を共有するか, あるいは 1 点で接するような k の範囲が求めるもの. これはさらに「直線②が, 放物線①の $-3 \leqq x \leqq 3$ の部分と, 2 点を共有するか, あるいは接するような k の範囲」と言い換えられるので, 下図より, $\boxed{-2 \leqq k \leqq 6}$.



(2) 同様に, 求める範囲は「直線②が, 放物線①の $-3 \leqq x \leqq 3$ の部分と, 少なくとも 1 点を共有するような k の範囲」と言い換えられるので, 下図より, $\boxed{-2 \leqq k \leqq 30}$.



復習 8-2

(1) C, l が接するのは, C, l の共有点の x 座標を解にもつ 2 次方程式

$x^2+16=kx \quad \therefore x^2-kx+16=0$ …… ①

が重解をもつときに他ならない.

①が $x=t$ を重解にもつとき, ①の左辺は

$x^2-kx+16=(x-t)^2$

と因数分解できるので, 両辺の係数を比較して

$$\begin{cases} -k=-2t \\ 16=t^2 \end{cases} \quad \therefore (t,k)=(\pm 4, \pm 8)$$

である.

①の重解 t が接点の x 座標であるから,

$\boxed{k=\pm 8, \text{接点の } x \text{ 座標 } (\pm 4, 32)}$

（複号同順）

(2) x の 2 次方程式

$x^2-kx+16=0 \quad \therefore x^2+16=kx$

の実数解は,

$y=x^2+16$ …… ①

$y=kx$ …… ②

のグラフの共有点の x 座標に他ならないので, 問題文にある条件は「直線②が, 放物線①の $-8 \leqq x \leqq 2$ の部分と, 異なる 2 点で交わる」と言い換えられる.

(1)の結果を踏まえて図を描くと, 右頁のよう.

(i) 条件を満たすのは, 図より, 直線②の傾き k が, $(-4, 32)$ における C の接線の傾き -8 より小さく, $(-8, 80)$ の点を通るときの傾き -10 以上のときであるから,

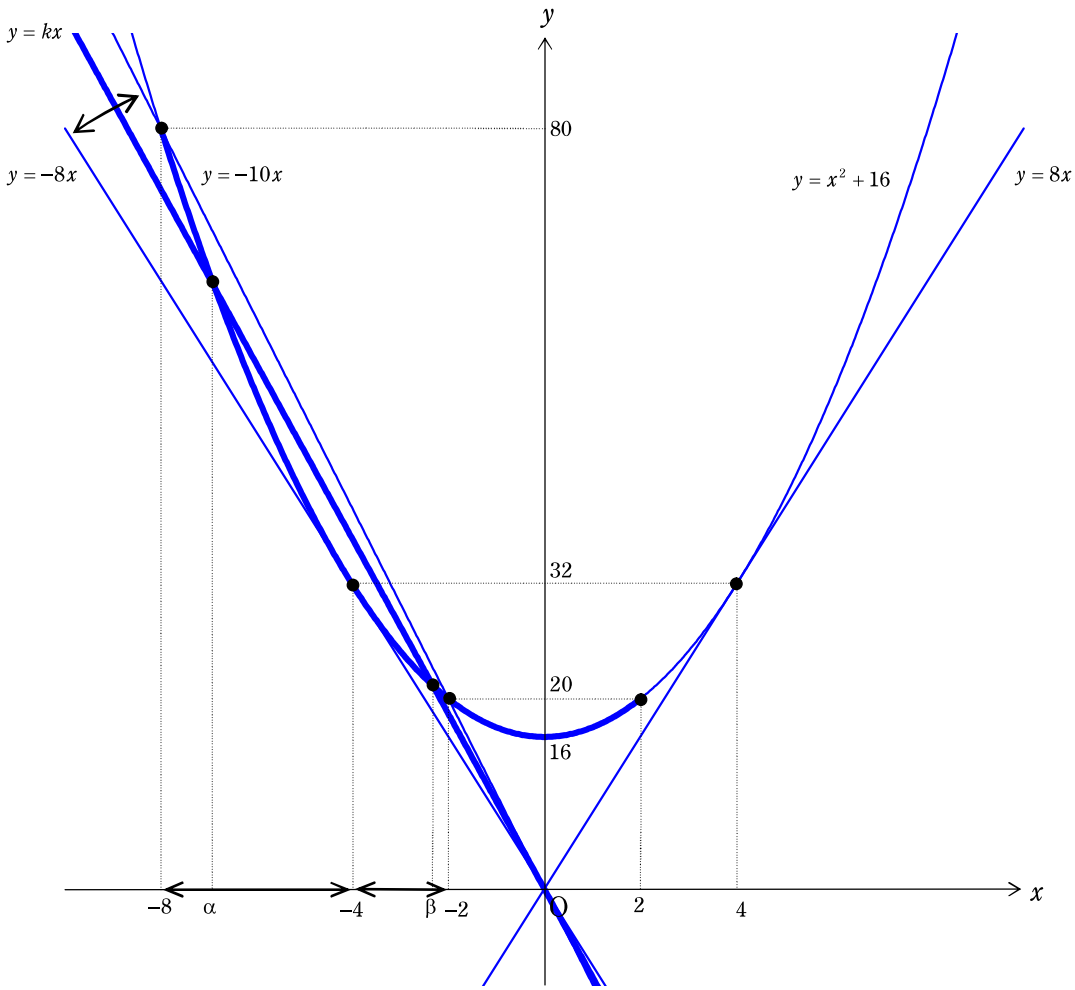
$\boxed{-10 \leqq k < -8}$

であり,

(ii) k がこの範囲にあるときの, C と l の 2 交点の x 座標が左から α, β である.

直線 $y=-10x$ と C の 2 交点の x 座標は $-8, -2$ であり, k が -10 から -8 まで動くとき, β は -2 から -4 まで動くので,

$\boxed{-4 < \beta \leqq -2}$


y = kx
y
80
y = −8x
y = −10x
y = x² + 16
y = 8x
32
20
16
−8
α
−4
β
−2
O
2
4
x