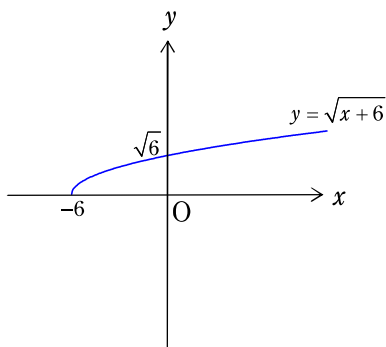


中3数学D 復習テスト解答 2学期-11

復習 11-1

(1)



(2) 方程式

$$\sqrt{x+6} = x \cdots \cdots \text{①}$$

の実数解は、 $y = \sqrt{x+6}$, $y = x$ のグラフの交点（下図 P）の x 座標である。

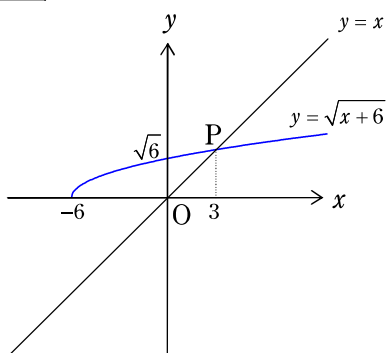
①の両辺を 2 乗した方程式を解くと、

$$x+6 = x^2$$

$$(x+2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -2, 3$$

を得るので、①の解はこの中にあるが、このうち、P の x 座標として適するものは $\boxed{x=3}$ である。

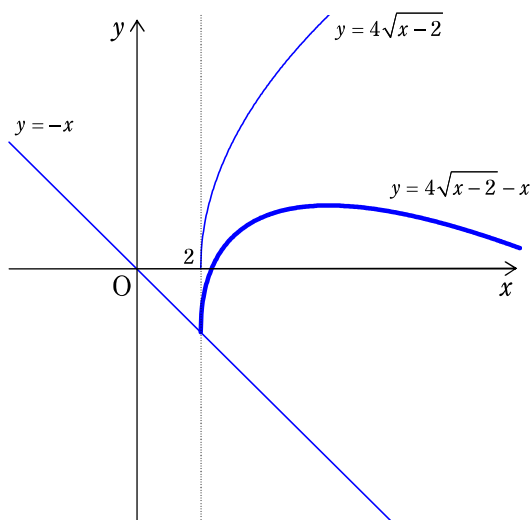


(3) (2)の図より、 $\boxed{-6 \leq x < 3}$.

復習 11-2

$$y = 4\sqrt{x-2} - x$$

のグラフ C の概形は下図太線部。



まずはこのグラフ C について調べる。

C と直線 $y = k$ の共有点の x 座標は

$$4\sqrt{x-2} - x = k$$

$$\therefore 4\sqrt{x-2} = x + k \cdots \cdots \text{①}$$

の実数解であり、これはさらに

$y = 4\sqrt{x-2}$ と $y = x + k$ の共有点の x 座標である。

①の両辺を 2 乗した方程式

$$16(x-2) = x^2 + 2kx + k^2$$

$$x^2 + 2(k-8)x + k^2 + 32 = 0$$

$$(x + (k-8))^2 = -16k + 32$$

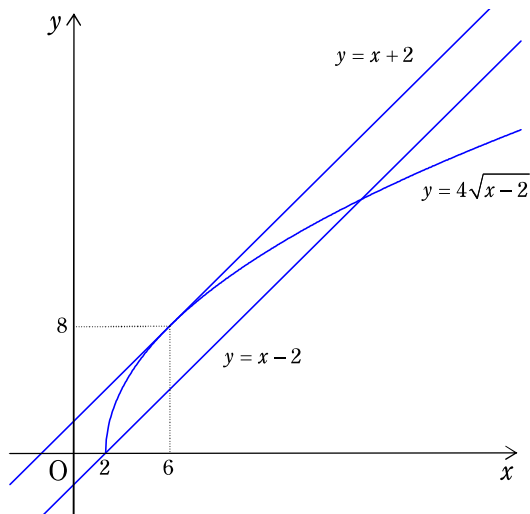
が重解をもつ

$$-16k + 32 = 0 \quad \therefore k = 2$$

の場合を考える。このときの方程式の重解は

$$x = -k + 8 = 6$$

であるから、 $y = x + 2$ と $y = 4\sqrt{x-2}$ のグラフは、 x 座標が 6 である点 (6, 8) のみを共有点にもち、図のように「接している」ことが分かる。



直線 $y = x + k$ は、 k が大きくなるほど y 軸の正方向へと平行移動するので、図より、2 つのグラフの共有点の個数は

$2 < k$ のとき、0 個

$k = 2$ のとき、1 個

$-2 \leq k < 2$ のとき、2 個

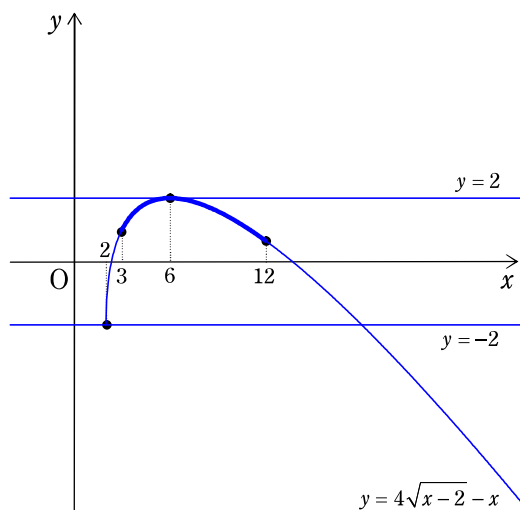
$k < -2$ のとき、1 個

である。

これは、直線 $y = k$ と $y = 4\sqrt{x-2} - x$ のグラフ C との共有点の個数でもあるので、

$$y = 4\sqrt{x-2} - x$$

のグラフは次のようであり、



$2 \leq x \leq 6$ においては y は増加、 $6 \leq x$ においては y は減少することが分かる。

このグラフから $3 \leq x \leq 12$ における y の値域を求めると、

$$x = 3 \text{ のとき, } y = 1$$

$$x = 12 \text{ のとき, } y = 4\sqrt{10} - 12$$

であり、

$$4\sqrt{10} - 12 < 4 \times 3.2 - 12 = 0.8 < 1$$

なので、 $x = 3$ のときよりも $x = 12$ のときの方が y の値は小さく、求める値域は

$$\boxed{4\sqrt{10} - 12 \leq y \leq 2}$$

である。