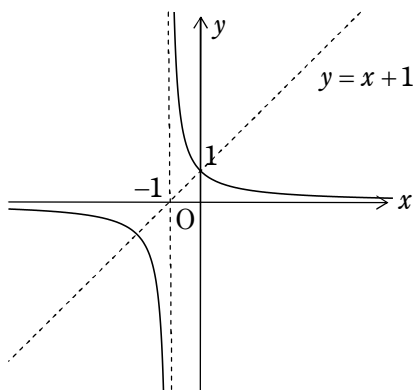


中3数学D 宿題解答 2学期-10

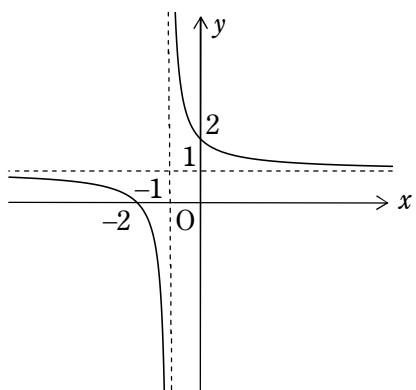
宿題 10-1

(1) $y = \frac{1}{x+1}$

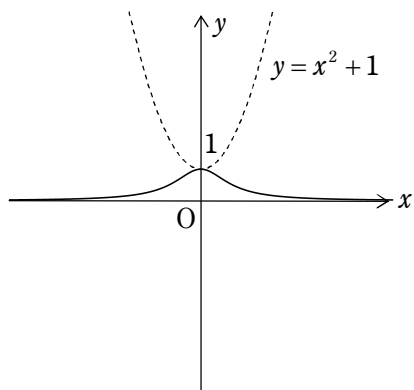


(2) $y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{(x+1)+1}{x+1} = 1 + \frac{1}{x+1}$

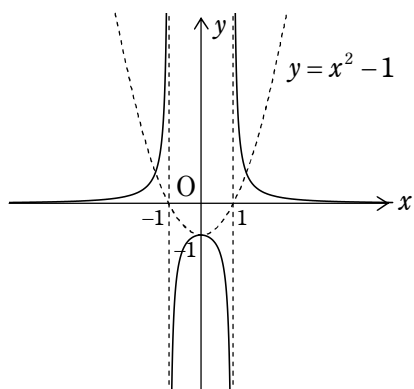
のグラフは、(1)のグラフを y 軸方向に 1 平行移動したもの。



(3) $y = \frac{1}{x^2+1}$



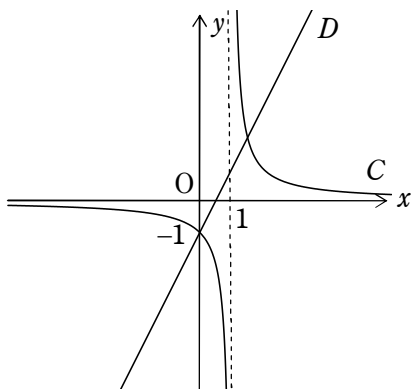
(4) $y = \frac{1}{x^2-1}$



宿題 10-2

$$C: y = \frac{1}{x-1}, \quad D: y = 2x-1$$

(1)



(2) グラフの交点の x 座標は

$$\frac{1}{x-1} = 2x-1$$

の実数解である. これを解くと

$$1 = (2x-1)(x-1)$$

$$1 = 2x^2 - 3x + 1$$

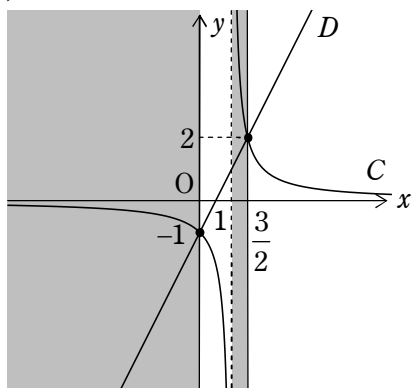
$$x(2x-3) = 0$$

$$\therefore x = 0, \frac{3}{2}$$

よって, 交点は $(0, -1), \left(\frac{3}{2}, 2\right)$

(3) $\frac{1}{x-1} \geq 2x-1$

の解は, C の方が, D よりも上にあるか, 一致しているような x 座標の範囲なので,



グラフより, $x \leq 0, 1 < x \leq \frac{3}{2}$

宿題 10-3

(1) $h(x) = f(x) - x$ とおくと, $h(x)$ は 2 次以下の整式であり,

$$h(1) = f(1) - 1 = 0$$

$$h(2) = f(2) - 2 = 0$$

であるから, $h(x)$ は 2 次式

$$(x-1)(x-2)$$

で割り切れる. 商は定数なので, k とおくと,

$$h(x) = k(x-1)(x-2)$$

$$\therefore f(x) = k(x-1)(x-2) + x$$

である.

$f(3) = 4$ であるから,

$$4 = 2k + 3 \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

よって, $f(x) = \boxed{\frac{1}{2}(x-1)(x-2) + x}$.

(2) $x-1, x-2, x-3$ で割った余りがそれぞれ 1, 2, 4 であるから, 剰余定理より,

$$g(1) = 1, g(2) = 2, g(3) = 4 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

である.

$g(x)$ を $(x-1)(x-2)(x-3)$ で割った商を $q(x)$, 余りを $r(x)$ とおくと, 3 次式で割った余りなので $r(x)$ は 2 次以下の整式であり,

$$g(x) = (x-1)(x-2)(x-3)q(x) + r(x)$$

と①より,

$$r(1) = g(1) = 1$$

$$r(2) = g(2) = 2$$

$$r(3) = g(3) = 4$$

が成り立つ.

つまり, $r(x)$ は(1)の整式 $f(x)$ と同じ条件を満たすので, (1)の結果より,

$$r(x) = \boxed{\frac{1}{2}(x-1)(x-2) + x}$$

である.

宿題 10-4#

(1)

- (i) $x^3 - kx^2 + 4 = 0$ の、重解を含めた 3 解が $x = \alpha, \alpha, \beta$ であるので、

$$x^3 - kx^2 + 4 = (x - \alpha)^2(x - \beta)$$

と因数分解される。

- (ii) 右辺を展開すると、 x の整式としての等式

$$x^3 - kx^2 + 4$$

$$= x^3 - (2\alpha + \beta)x^2 + (\alpha^2 + 2\alpha\beta)x - \alpha^2\beta$$

が得られ、この両辺の係数を比較すれば、 α, β, k の満たす方程式

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = k \\ \alpha^2 + 2\alpha\beta = 0 \\ \alpha^2\beta = -4 \end{cases}$$

を得る。

- (iii) $\alpha^2 + 2\alpha\beta = 0$ より、

$$\alpha(\alpha + 2\beta) = 0$$

$$\therefore \alpha = 0 \text{ または } \alpha = -2\beta$$

$$\alpha = 0 \text{ は}$$

$$\alpha^2\beta = -4 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

を満たさない。

$\alpha = -2\beta$ を①に代入すると、

$$4\beta^3 = -4$$

$$\beta^3 + 1 = 0$$

$$(\beta + 1)(\beta^2 - \beta + 1) = 0$$

$\beta^2 - \beta + 1 = 0$ は実数解をもたないので、

$$\beta = -1$$

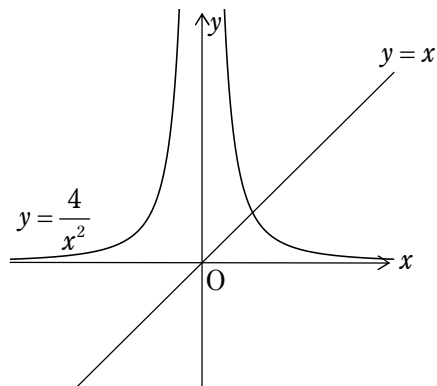
となり、このとき

$$\alpha = -2\beta = 2$$

$$k = 2\alpha + \beta = 3$$

よって、 $\boxed{\alpha = 2, \beta = -1, k = 3}$ 。

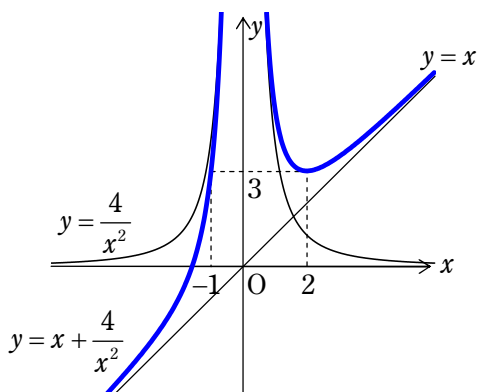
(2)



- (3) $y = x$, $y = \frac{4}{x^2}$ のグラフから、

$$y = x + \frac{4}{x^2} \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

のグラフは下図太線部のようにになる。



ここで、 $x > 0$ の部分に現れる「折り返し地点」は、②のグラフと直線

$$y = k \text{ (} k \text{ は定数)} \dots\dots\dots \textcircled{3}$$

の共有点が 2 個になるときの共有点の 1 つである。

②, ③の交点の x 座標は、 x の方程式

$$x + \frac{4}{x^2} = k \quad \therefore x^3 - kx^2 + 4 = 0$$

の実数解であり、(1)より、これがちょうど 2 個になるのは、 $k = 3$ のときのみであり（したがって、確かに上の図のようになっていることが分かる）、そのときの解は $x = -1, 2$ である。

したがって、「折り返し地点」の座標は、②と直線 $y = 3$ の交点 $(-1, 3), (2, 3)$ のうち、

x 座標が正の（あるいは右にある）方の
(2,3) .

(4) x の方程式

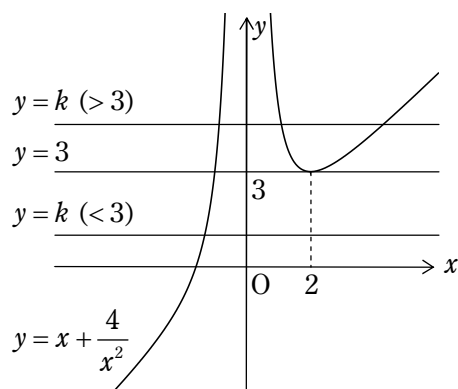
$$x^3 - kx^2 + 4 = 0 \cdots \cdots \cdots \textcircled{4}$$

は, $x=0$ を解にもたないので, 両辺を x^2
で割って,

$$x - k + \frac{4}{x^2} = 0 \quad \therefore x + \frac{4}{x^2} = k$$

と書き換えられる. したがって, ④の実
数解は②, ③のグラフの交点の x 座標で
あり, 異なる実数解の個数は異なる交点
の個数に他ならない.

②, ③のグラフの交点の個数を数えると,



図より,

$k < 3$ のとき 1個
$k = 3$ のとき 2個
$k > 3$ のとき 3個

となるので, これが求める実数解の個数
である.