

1日目

こくご
さんすう
れんらくちょう
そうごうがくしゅう
せいかつ

1 2 3
4 5 6

国語
算数
連絡帳
総合学習
社会
理科
自主勉強
計算

← 背見出し Campus

3/9

習字ノート 井上 先生
B3 クラス 日付 3月9日 (月)
講座名: 中3数学C1

§1 確率とは

確率 - 起こりやすさを数値化したもの

例 天気予報

明日、晴れる確率は $70\% (\frac{7}{10})$

曇りの確率は $20\% (\frac{2}{10})$

雨の確率は $10\% (\frac{1}{10})$

合計 $100\% (1)$

とか出てくるけど

晴れ、曇り、雨の起こりやすさの比が
 $7:2:1$

で、全体を1にしているから決まる

晴 sunny 曇り cloudy 雨 rain

$$\begin{cases} S : C : r = 7 : 2 : 1 \\ S + C + r = 1 \end{cases}$$
 といふ連立方程式を
解いていることになっている

確率 $\rightarrow$ probability

例 日本人の血液型

A型、O型、B型、AB型の比が4:3:2:1

である

初対面の人(何の情報もない)だったら

A型である確率は $\frac{4}{10}$

O型 " $\frac{3}{10}$

B型 " $\frac{2}{10}$

AB型 " $\frac{1}{10}$ と考えられる。

事象 A の確率を $P(A)$ と書くことになる

ここから

おきの例 $\rightarrow$ 明日、晴れであるという事象の

確率は $\frac{1}{10}$ である $\leftarrow$ A とおく

$P(A) = \frac{1}{10}$ ということ

{ 確率の比 = 起こりやすさの比 }

{ 全事象の確率の合計 = 1 }

として確立を定義する

問 1-1

1 の目が 2 倍出やすいイカサマサイコロ

(1) 

事象 A

② : ① : ① : ① : ① : ① 事象 B

「1 の目が出る」事象を 1 とする

「6 の目が出る」" を 6 とする

これを概事象といふ
(素事象)

$P(1) : P(2) : P(3) : P(4) : P(5) : P(6) = 2 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1$

$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1$

この連立方程式を解くと

$$P_{(1)} = \frac{2}{7}$$

$$P_{(2)} = P_{(3)} = P_{(4)} = P_{(5)} = P_{(6)} = \frac{1}{7}$$

(1) 1の目が出る確率

$$P_{(1)} = \frac{2}{7}$$

(2) 3以下の目が出る確率

{3以下の目が出る}という事象A

集合として
考える

$= \{1, 2, 3\}$ として要素を考えれば

$$P(\text{3以下の目が出る}) = P(A)$$

$$= P_{(1)} + P_{(2)} + P_{(3)}$$

$$= \frac{2}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$$

$$= \frac{4}{7}$$

B) 4以上の目が出る確率

事象B = {4以上の目が出る}とすると

$$= \{4, 5, 6\} = \bar{A} \leftarrow A \text{の余事象という}$$

$P(\text{4以上の目が出る})$

$$\left(\begin{aligned} &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{4}{7} \end{aligned} \right)$$

$$= P(B)$$

$$= P_{(4)} + P_{(5)} + P_{(6)}$$

$$= \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$$

$$= \frac{3}{7}$$

H) 1以上6以下の目が出る確率

{1以上6以下の目が出る}という事象は

全事象^{全体}である。

$$P(\text{1以上6以下の目が出る}) = P(\Omega)$$

$$= 1$$

(5) 7の目が出る確率

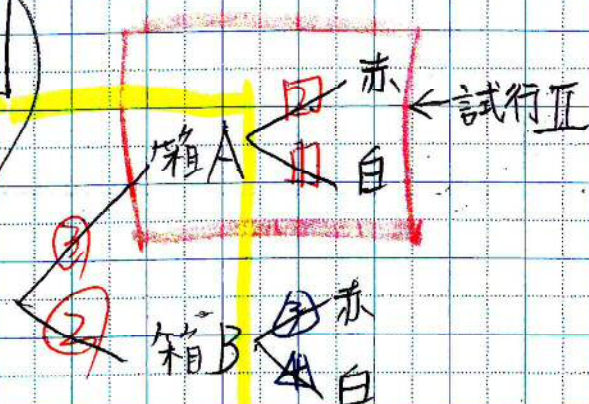
{7の目が出る}という事象は

空事象 $\{\}$, $\emptyset$ である

$$P(7の目が出る) = P(\emptyset) \\ = 0$$

問 1.2

袋から箱を取り出し
箱から球を取り出し
試行について



試行I

試行I: 袋から箱を取り出す

$$P(A) = \frac{3}{5}, P(B) = \frac{2}{5}$$

試行II: 箱Aから球を取り出す

$$P_A(\text{赤}) = \frac{2}{3}, P_A(\text{白}) = \frac{1}{3}$$

箱Aの中で赤を取り出す確率

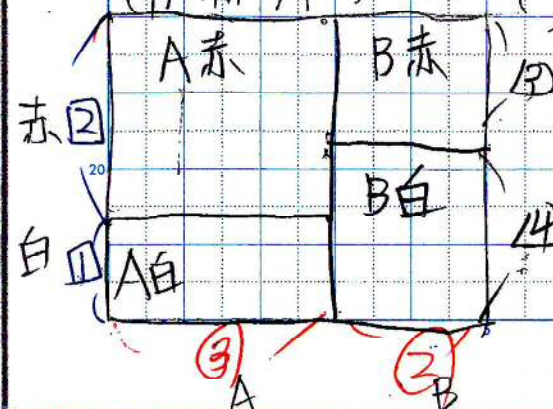
試行III: 箱Bから球を取り出す

$$P_B(\text{赤}) = \frac{3}{7}, P_B(\text{白}) = \frac{4}{7}$$

箱Bの中で赤を取り出す確率

(2)

(i) 箱Aが出た, 赤球が出る確率



$$P(A\text{赤}) = P(A) \times P_A(\text{赤}) \\ = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

Aが出たときAが赤

(ii) 箱Bが出て、赤球が出る確率

$$P(B\text{赤}) = P(B) \times P(B\text{赤})$$

$$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35} //$$

(iii) 赤球が出る確率

$$P(\text{赤}) = P(A\text{赤}) \oplus P(B\text{赤})$$

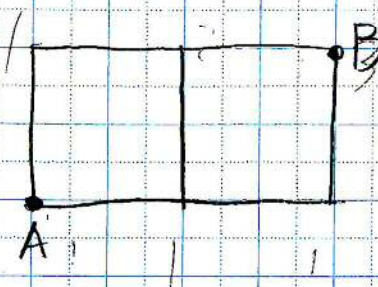
Aから赤が出る場合
Bから赤が出る場合

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{5} \times \frac{3}{7}$$

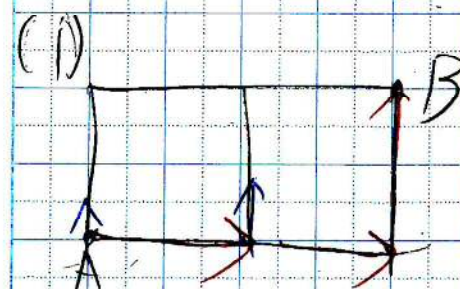
$$= \frac{2}{5} + \frac{6}{35}$$

$$= \frac{14+6}{35} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7} //$$

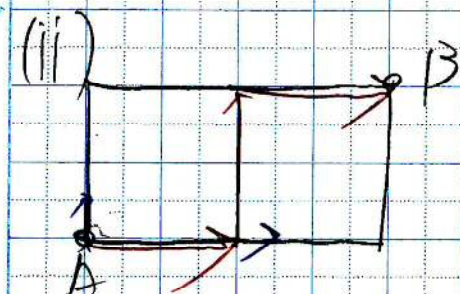
問1-3



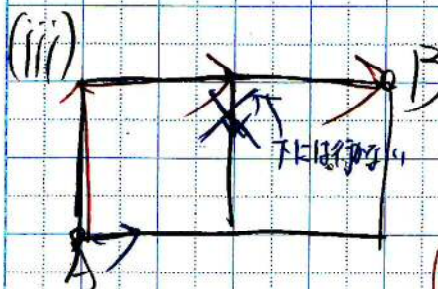
右または上の進め方向に
等確率で進む



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$

(i)~(iii)合わせて合計1のcheck
(2)

問 1-4

表裏の出る確率の比が2:1の
インチキコイン

(1) 表 → H

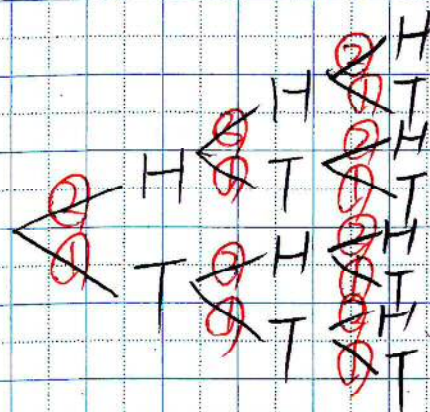
$$P(H) = \frac{2}{3}$$

裏 → T

$$P(T) = \frac{1}{3}$$

インチコインを
1回投げた時

3回投げた時



$$(1) P(1H, 2T, 3H) = P(H) \cdot P(T) \cdot P(H)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4}{27} //$$

順番なし(T, H)

(2) P(3回投げて表2回裏1回)

$$P(HHT) + P(HTH) + P(THH)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4}{27} + \frac{4}{27} + \frac{4}{27}$$

$$= \frac{12}{27} = \frac{4}{9} //$$

$$= \frac{4}{27} \times 3 = \frac{4}{9}$$

(3) P(4回投げて表2回裏2回)

$$= P(HHTT)$$

$$+ P(HTHT)$$

$$+ P(HTTH)$$

$$+ P(THTH)$$

$$+ P(THTH)$$

$$+ P(TT HH)$$

$$= P(H) \times P(H) \times P(T) \times P(T) \times {}_4C_2$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 6 = \frac{8}{27} //$$

系練 1-4a

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

 のイカサマサイコロ
③ の の の の の ①
3回投げた時

1の目がちょうど2回出る確率は?

事象 $A = \{1 \text{ 回投げて、1の目が出る}\}$ とおく

$\bar{A} = \{ \text{〃} \text{、1の目が出ない} \}$

$$P(A) = \frac{2}{7}$$

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

$P(3 \text{ 回投げて } A \text{ がちょうど } 2 \text{ 回})$

$= P(3 \text{ 回投げて、} A \text{ } 2 \text{ 回、} \bar{A} \text{ } 1 \text{ 回})$

$= P(AA\bar{A}) + P(A\bar{A}A) + P(\bar{A}AA)$

$$= \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} \times \frac{5}{7} = \frac{20}{343}$$

2日目

§2 確率の計算法則

問 2.1

井上 先生
83 年 2 月 3 日 (火)
講座名: 確率論

1	2	3	4	5	6
①	②	③	④	⑤	⑥

(1) A が起こる確率 $P(A)$

$$\begin{aligned} \text{事象 } A &= \{3 \text{ 以下の目が出る}\} \\ &= \{1, 2, 3\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(A) &= P(1) + P(2) + P(3) \\ &= \frac{1}{21} + \frac{2}{21} + \frac{3}{21} \\ &= \frac{6}{21} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

(2) A が起こらない確率 $P(\bar{A})$

角解 $\bar{A} = \{3 \text{ 以下の目が出ない}\}$
 $= \{4, 5, 6\}$

$$\begin{aligned} P(\bar{A}) &= P(4) + P(5) + P(6) \quad \text{or} \\ &= \frac{4}{21} + \frac{5}{21} + \frac{6}{21} \\ &= \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \end{aligned}$$

解 2 $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

$$\begin{aligned} &= \frac{21}{21} - \frac{6}{21} \\ &= \frac{15}{21} \\ &= \frac{5}{7} \end{aligned}$$

練習 2-1a

$$\begin{aligned} \text{事象 } B &= \{偶数の目が出る\} \\ &= \{2, 4, 6\} \end{aligned}$$

(1) $P(B) = P(2) + P(4) + P(6)$

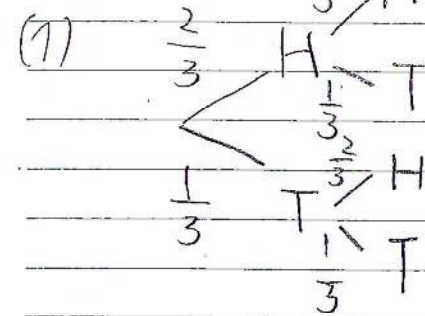
$$\begin{aligned} &= \frac{2}{21} + \frac{4}{21} + \frac{6}{21} \\ &= \frac{12}{21} = \frac{4}{7} \end{aligned}$$

(2) $P(\bar{B}) = P(1) + P(3) + P(5)$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{21} + \frac{3}{21} + \frac{5}{21} \\ &= \frac{9}{21} = \frac{3}{7} \quad \text{or} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\bar{B}) &= 1 - P(B) \\ &= 1 - \frac{4}{7} \\ &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

自分
問2.2



(2) (i) $P(\text{表が2回出る確率}) = P(H) \times P(H)$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{4}{9}$

(ii) $P(\text{表が1回出る確率}) = P(H) \times P(T) \times 2C_1$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 2$
 $= \frac{4}{9}$

(iii) $P(\text{表が出ない}) = P(T) \times P(T)$
 $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$
 $= \frac{1}{9}$

自分
(iv) $P(\text{表が1回以上出る確率}) = P(H) \times P(H) + P(H) \times P(T) + P(T) \times P(H)$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$
 $= \frac{8}{9}$
 $\bar{A} = \text{表が1回もでない}$
 $P(\bar{A}) = \frac{1}{9}$
 $1 - P(\bar{A}) = \frac{8}{9}$

練習2-2a

(1) $P(\text{表が少なくとも1回出る確率}) = \text{事象A}$

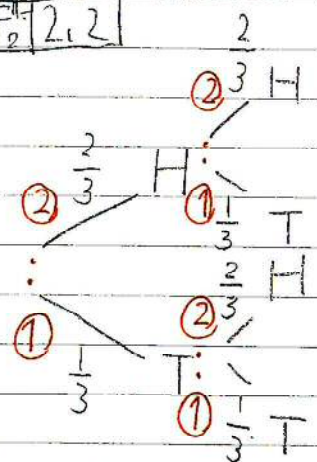
$\bar{A} = \text{裏が2回でない} = 1$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$\frac{16}{16} - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

(2) (おおう) $\times$ (おうお) $\times$ (おうお) $\times$ (うおおう) $\times$ (うおおう) $\times$ (うおおう) $\times$ (うおおう)
 $+ (\text{おおおう}) \times (\text{おおおう}) + (\text{おおおう}) \times (\text{おおおう})$
 $= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 4C_2 + \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times 4C_3 + \left(\frac{2}{3}\right)^4$
 $= \frac{24}{81} + \frac{16}{81} + \frac{16}{81}$
 $= \frac{56}{81}$

問2.2



2回投げ

2回投げて

(i) $P(\text{表2回}) = P(HH) \leftarrow$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

2回投げて

(ii) $P(\text{表1回}) = P(HT) + P(TH) \leftarrow$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4}{9}$$

2回投げて

(iii) $P(\text{表が出ない}) = P(\text{裏2回})$

$$= P(TT) \leftarrow$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

(2回投げ)

(iv) $P(\text{表が1回以上出る})$

$$= P(\text{表2回}) + P(\text{表1回})$$

$$= P(HH) + P(HT) + P(TH)$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= \frac{6}{9}$$

余事象

2回投げて

[別解] $P(\text{表が1回以上出る}) = 1 - P(\text{表が1回も出ない})$

少なくとも1回

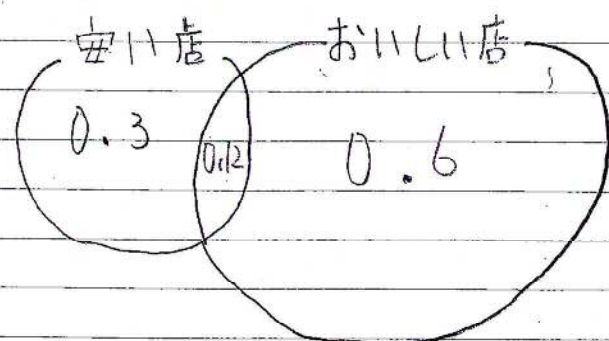
$$= 1 - P(\text{裏2回}) \quad (iii)$$

$$= 1 - P(TT)$$

$$= 1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

問2.3



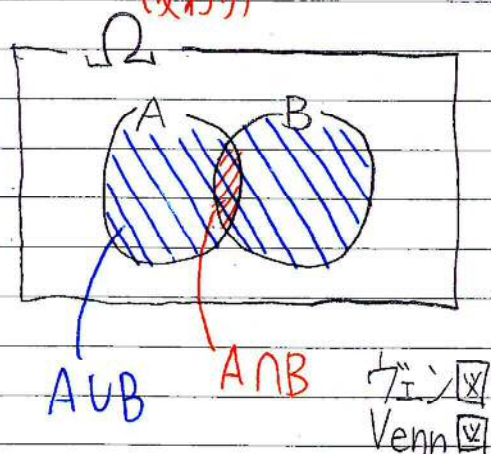
事象 $A = \{\text{安い店がある}\}$ とおく

事象 $B = \{\text{おいしい店がある}\}$

$$P(A) = 0.3 \quad P(B) = 0.6$$

である。

$A \cap B = \{\text{安いおいしい店がある}\}$
 $\leftarrow A \text{ と } B \text{ の積事象 (交わり)}$ $\leftarrow \text{安いかつおいしい}$



$$P(A \cap B) = 0.12$$

(1) $A \cup B = \{\text{安い店 または おいしい店がある}\}$

$\uparrow$
 $A \text{ と } B \text{ の和事象}$ といふ

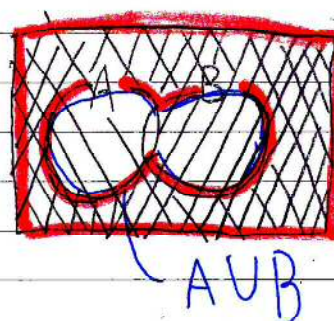
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0.3 + 0.6 - 0.12$$

$$= 0.78$$

(2) $\{\text{高くてもまずい店である}\} = \overline{A \cap B}$

$\leftarrow \text{高いかつまずい}$
 $\Rightarrow \text{安いかつおいしいでない}$



$$\overline{A \cap B} = \overline{A \cup B}$$

$$\overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{A \cap B} \neq \overline{A} \cap \overline{B}$$

$$\overline{B} \cap \overline{A}$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B})$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - 0.78$$

$$= 0.22$$

$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$$

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$$

ドモルガンの法則

3日目

練2-3b

(1) $P(X) = \frac{1}{3}$, $P(Y) = \frac{2}{3}$, $P(X \cup Y) = \frac{4}{5}$
 の時 $P(X \cap Y)$ を求めよ

$P(X \cap Y) = \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

記号 $\rightarrow P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$

$= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{4}{5}$
 $= \frac{1}{5}$

	X	$\bar{X}$	
Y	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{3}$
$\bar{Y}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

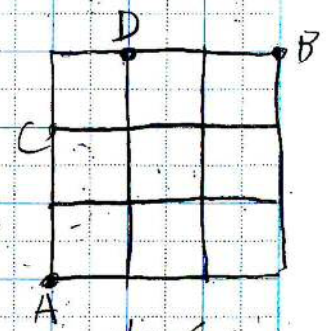
(2) $P(\bar{X}) = \frac{3}{4}$, $P(\bar{Y}) = \frac{2}{3}$, $P(\bar{X} \cap \bar{Y}) = \frac{1}{2}$
 のとき、 $P(X \cap Y)$ を求めよ

$P(X \cap Y) = \frac{1}{12}$

	X	$\bar{X}$	
Y	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
$\bar{Y}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	1

記号 $\rightarrow P(X \cap Y) = 1 - P(\bar{X} \cap \bar{Y})$
 $= 1 - P(\bar{X} \cup \bar{Y})$
 $= 1 - (P(\bar{X}) + P(\bar{Y}) - P(\bar{X} \cap \bar{Y}))$
 $= 1 - (\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2})$

$= 1 - \frac{9+8+6}{12} = \frac{1}{12}$



問2-4
 右図で、点Aから点Bまで
 右まで、右または上の進める方向に
 等確率で進む。

図のように点C、Dを定める時、
 次のようになる確率をそれぞれ求めよ

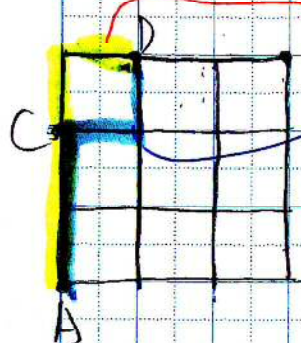
事象 $X = \{C \text{ を通る} \}$
 事象 $Y = \{D \text{ を通る} \}$

(1) C を通る
 $P(X) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P(Y) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
 $+ \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$
 $= \frac{5}{16}$

$$(3) \{C \text{ も } D \text{ も 通る}\} = X \cap Y$$

$$P(X \cap Y) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{2}{16} + \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$$



$$(4) \{C \text{ を通る または } D \text{ を通る}\} = X \cup Y$$

求める確率は $P(X \cup Y)$ である

$$P(X \cup Y) = P(X) + P(Y) - P(X \cap Y)$$

$$= \frac{4}{16} + \frac{5}{16} = \frac{9}{16}$$

$$= \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$(5) \{C \text{ も } D \text{ も 通らない}\} = \overline{X \cap Y}$$

$$\text{求める確率は } P(\overline{X \cap Y}) = P(\overline{X \cup Y})$$

$$P(\overline{X \cup Y}) = 1 - P(X \cup Y) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

おまけ

1 の目か他の目より 2 倍出やすい
イカサマサイコロを 4 回振る時
1 の目も 6 の目も少なくとも 1 回
出る確率を求めよ

事象 $X = \{4 \text{ 回振って } 1 \text{ の目か少なくとも } 1 \text{ 回出る}\}$

事象 $Y = \{4 \text{ 回振って } 6 \text{ の目か少なくとも } 1 \text{ 回出る}\}$

とおく

余事象を考える

$\overline{X} = \{4 \text{ 回振って } 1 \text{ の目が } 1 \text{ 回も出ない}\}$

$\overline{Y} = \{4 \text{ 回振って } 6 \text{ の目が } 1 \text{ 回も出ない}\}$

1	2	3	4	5	6
②	①	①	①	①	①

なので

$$P(\bar{X}) = \left(\frac{5}{7}\right)^4, \quad P(\bar{Y}) = \left(\frac{6}{7}\right)^4$$

$\bar{X} \cap \bar{Y} = \{4 \text{ 回全て、1、6 の目が出ない}\}$

なので

$$P(\bar{X} \cap \bar{Y}) = \left(\frac{4}{7}\right)^4$$

$$P(X \cap Y) = 1 - \{P(X) + P(Y) - P(\bar{X} \cap \bar{Y})\}$$

$$P(X \cap Y) = 1 - \left\{ \left(\frac{5}{7}\right)^4 + \left(\frac{6}{7}\right)^4 - \left(\frac{4}{7}\right)^4 \right\}$$

$$= 1 + \left(\frac{4}{7}\right)^4 - \left(\frac{5}{7}\right)^4 - \left(\frac{6}{7}\right)^4$$

	X	$\bar{X}$
Y	$\left(\frac{4}{7}\right)^4$	$\left(\frac{5}{7}\right)^4 - \left(\frac{4}{7}\right)^4$
$\bar{Y}$	$\left(\frac{6}{7}\right)^4 - \left(\frac{4}{7}\right)^4$	$\left(\frac{6}{7}\right)^4$
	$1 - \left(\frac{5}{7}\right)^4$	$\left(\frac{5}{7}\right)^4$

C2-3

(1)(i)

A

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

B

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(ii)

A

①

②

B

①

○

○

X

X

②

○

X

○

X

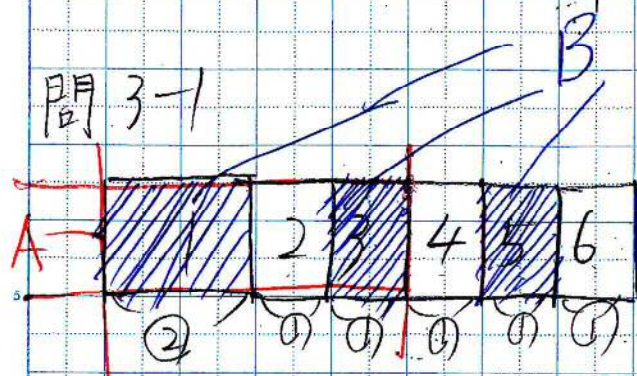
AからBに電流が流れる

X ← 余事象を引く

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

§3 条件付き確率

問 3-1



① イカサマサイコロ 1 回振る
出た目は見えていない

事象 A = {3 以下の目が出た} = {1, 2, 3}

事象 B = {奇数の目が出た} = {1, 3, 5}

$$(1) P(B) = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} \leftarrow \text{全体の中で B の占める割合のこと}$$

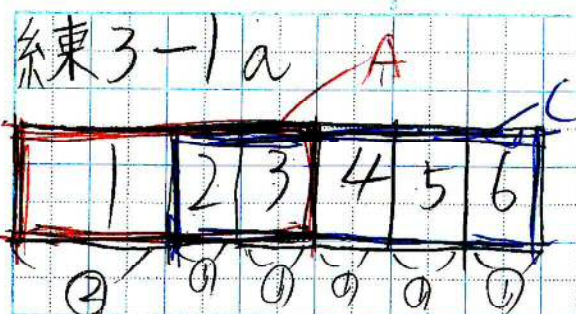
何も情報がない時の B の確率

(2) A であることも教えてもらう時の B の確率 $\uparrow$ A の中で B の占める割合

$$P_A(B) = \frac{3}{4}$$

A という条件の下での B の条件付き確率という

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{6}}{\frac{4}{6}} = \frac{3}{4}$$



$$A = \{3 \text{ 以下の目が出た} \} = \{1, 2, 3\}$$

$$C = \{2 \text{ 以上の目が出た} \} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$(1) P(C) = \frac{5}{6}$$

$$P_A(C) = \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \left[= \frac{P(A \cap C)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} \right]$$

↑
Aという条件下でのCの確率

$$(2) P(A) = \frac{3}{6}$$

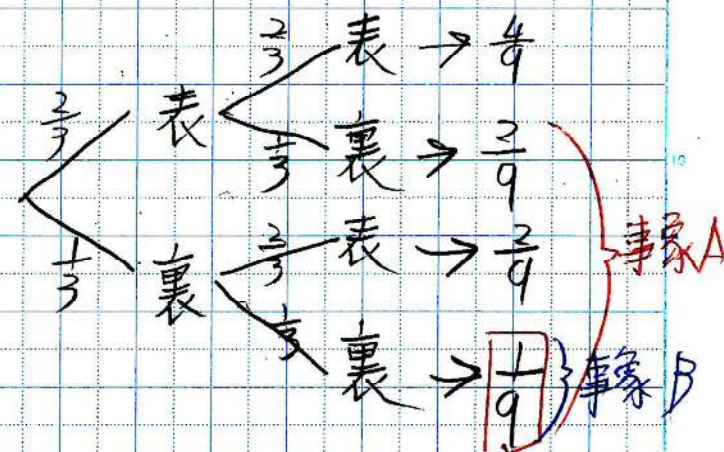
$$P_C(A) = \frac{2}{5} \left[= \frac{P(C \cap A)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{5}{6}} \right]$$

問3.3

表と裏の出やすさの比が2:1のコイン
2回投げた。

事象A: {裏が1回以上出た}

事象B: {裏が2回出た}

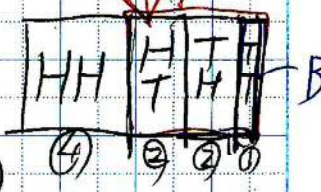


$$P(B) = P(\text{裏裏})$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(TT)}{P(\text{表裏}) + P(\text{裏表}) + P(\text{裏裏})} = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \frac{1}{5}$$



4日目

問3.3

事象 A: 裏が1回以上出た

事象 B: 裏が2回出た

$$P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{9}$$

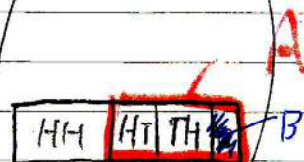
$$P_A(B) = \frac{1}{5} - \frac{1}{9}$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

$$= \frac{P(TT)}{P(HT) + P(TH) + P(TT)}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{9}}{\frac{5}{9}}$$



問3.2

事象 A = {安い店}

事象 B = {おいしい店}

	A	A
B	0.12	0.6
B	0.3	

$$P(A) = 0.3 \quad P(B) = 0.6 \quad P(A \cap B) = 0.12$$

$$P_A(B) = \frac{0.12}{0.3} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

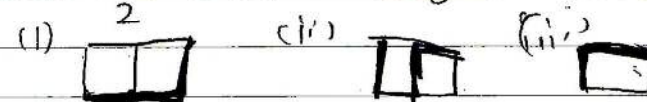
Aという条件下でのB

練習3-2a

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot P(B) = \frac{1}{3} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

$$P_A(B) = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{5}$$

練習3-3a



$$(1) \quad (i) \frac{1}{4} \quad (ii) \frac{1}{4} \quad (iii) \frac{1}{2}$$

(2) 事象 X = {点Pをとる}

事象 Y = {点Qをとる}

$$(i) \quad P(Y) = (ii) + (iii) \quad (ii) \quad P(X) = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{4} \quad P_Y(X) =$$

$$P_X(Y) = \frac{1}{2}$$

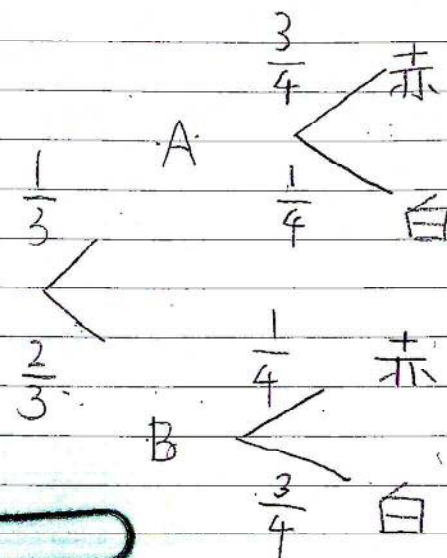
$$P_{Y(X)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$P_Y(X) = \frac{P_{Y(X)}}{P(Y)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{6}$$

問3.4

$$\frac{3}{12} + \frac{2}{12}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{1}{12}$$



	Y	$\bar{Y}$	
X	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{3}$
$\bar{X}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{3}$
	$\frac{5}{12}$	$\frac{4}{12}$	1

$$X \cap \bar{Y} =$$

(1) [選んだ箱がAの箱である] = 事象 X
 $P(X) = \frac{1}{3}$

(2) [赤球が取りだされた] = 事象 Y

$$P_Y(X) = \frac{P(X \cap Y)}{P(Y)}$$

$$= \frac{\frac{3}{12}}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{5}$$

練習3-4a

	陽	陰
陽	0.9	0.1
陰	0.9	0.1

[陽性反応を示す] = 事象 X
 [病気になる] = 事象 Y

$$P(X) = 0.018 + 0.008 \quad P(Y) = 0.18$$

$$= 0.116$$

	X	$\bar{X}$	
Y	0.018	0.18	
$\bar{Y}$	0.008	0.82	
	0.116	0.884	1

$$X \cap \bar{Y} = \text{[陽性反応を示す] 病気に感染していない人}$$

$$= 0.008$$

	陽	陽	
陰	0.9	0.1	
陰	0.9	0.1	
	0.9	0.1	1

$$\bar{\text{陽}} \cap \bar{\text{陰}} =$$

$$0.155$$

$$0.98$$

$$0.9$$

$$0.882$$

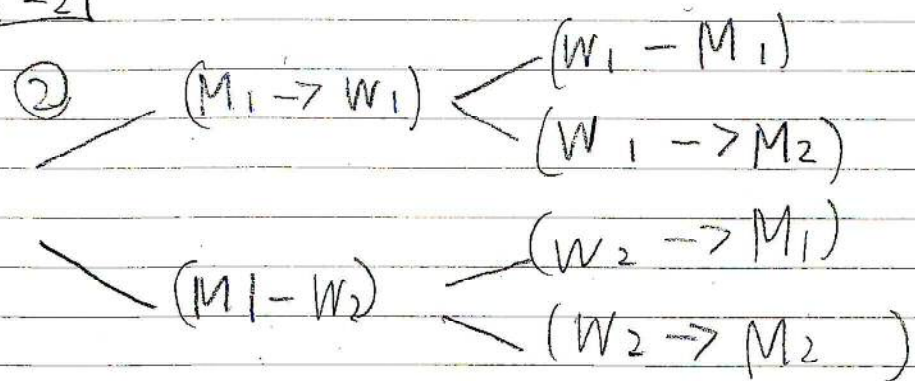
$$0.16$$

$$0.008$$

$$P_X(Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(X)} = \frac{0.018}{0.116}$$

$$P_X(Y) = \frac{P(X \cap Y)}{P(X)} = 0.16$$

C1-2



$$(2)(i) \quad P(M \cup W) = P(M_1 \rightarrow W_1) \times P(W_1 \rightarrow M_1) \\ = \frac{4}{9}$$

$$(ii) \quad P(M_1 \text{ が } W_1 \text{ かつ } W_2) \\ = P(M_1 \cup W_1) + P(M_1 \cup W_2) \\ = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \\ = \frac{2}{3}$$

(3) $P(2 \text{ 組目が } W_1 \text{ かつ } W_2)$

$$= P(M_1 \cup W_1 \rightarrow M_2 \cup W_2) + P(M_1 \cup W_2 \rightarrow M_2 \cup W_1)$$

$$= P(M_1 \rightarrow W_1) \times P(W_1 \rightarrow M_1) \times P(M_2 \rightarrow W_2) \times P(W_2 \rightarrow M_2) \\ + P(M_1 \rightarrow W_2) \times P(W_2 \rightarrow M_1) \times P(M_2 \rightarrow W_1) \times P(W_1 \rightarrow M_2)$$

$$\begin{array}{r} 1434 \\ 27 \overline{) 387420489} \\ \underline{27} \\ 117 \\ \underline{1028} \\ 94 \\ \underline{81} \\ 132 \\ \underline{1028} \\ 240 \end{array}$$

1	HH	HT	TH	TT	計
	正 +	正 +	正 +	正 +	20

表 x2	表 x1	表 x0	計
17	8	5	20

20回コイン投げ2枚、

HH、HT、TH、TT は5回ずつ出ることはいわゆる
たぶん6000回投げたら1500回ずつに近づくかな

表2枚 表1枚 表0枚の出やすさは

1 : 1 : 1 : 1 ではない

1 : 2 : 1 : 1 に近づくかな?

問4.3

2コサイコロ振る

出た目の和が偶数 → 丁
奇数 → 半

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2コのサイコロを区別して
(1,1) ~ (6,6) の $6 \times 6 = 36$ の
素事象は偏りはないと考える
(この状態を「同様に確し」)
よってこの36の素事象は
等確率と考える。

$$P(\text{丁}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{半}) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

と考えられる

5日目

(3/3)

問 4-4

(1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$

(3) $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$

(解)

10本中3本当たりくじ

元に戻さない

$$P(1 \text{ 番目が当たり}) = \frac{3}{10}$$

$$P(2 \text{ 番目が当たり}) = P(0^1 0^2) + P(X^1 0^2)$$

$$= \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9}$$

$$= \frac{6}{90} + \frac{21}{90}$$

$$= \frac{27}{90} = \frac{3}{10} \uparrow$$

(ex) 3 番 目

$$P(3 \text{ 番目が当たり}) = P(X \times 0) + P(X 0 0) + P(0 0 0) + P(0 \times 0)$$

$$= \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{1}{9} \times \frac{2}{8}$$

$$= \frac{126 + 42 + 6 + 42}{720}$$

$$= \frac{216}{720}$$

$$= \frac{3}{10} \text{ あれ!!}$$

何番目でも当たる確率は $\frac{3}{10}$ なの??

“同様に確からしい”ように素事象を考えよう

10本のくじを区別して

必ず10本全てくじを引くことにする

引いた順番にくじを並べて考える

3/13

練4-3a

サイコロ3つ振る

出た目の数の和が9と10、どちらに

賭けるか?

サイコロ3つを区別して

(1,1,1)~(6,6,6)の $6 \times 6 \times 6 = 216$ の

素事象は等確率である。

出た目の和が9となるのは

$$1+2+6 \rightarrow 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$1+3+5 \rightarrow 6$$

$$1+4+4 \rightarrow 3$$

$$2+2+5 \rightarrow 3$$

$$2+3+4 \rightarrow 6$$

$$3+3+3 \rightarrow 1$$

計25

5つ出た目の和が9の確率は

$$\frac{25}{216}$$

出た目の和が10となるのは

$$1+3+6 \rightarrow 6$$

$$1+4+5 \rightarrow 6$$

$$2+2+6 \rightarrow 3$$

$$2+3+5 \rightarrow 6$$

$$2+4+4 \rightarrow 3$$

$$3+3+4 \rightarrow 3$$

27であるので

出た目の和が

10の確率は $\frac{27}{216}$

以上より、 $\frac{25}{216} < \frac{27}{216}$ なので

3回振って出た目の和が10の方が高い。

3/13

C 3-2

よその家を訪問すると $\frac{1}{5}$ の確率で
帽子を忘れる O 君

帽子をかぶる A B C の 3 軒を
この順に回る。

$$(1) \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{4}{25}$$

(2) 家に帰ってきたら帽子がなかったとき
B で帽子を忘れた確率

事象 $X = \{B \text{ で帽子を忘れる}\}$

$Y = \{ \text{家に帰ってきたら、帽子がなかったとき} \}$

求める確率は $P_Y(X)$ である

$$P(Y) = P(A \text{ で忘れる}) + P(B \text{ で忘れる}) + P(C \text{ で忘れる})$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{5} + \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{4}{25} + \frac{16}{125}$$

$$= \frac{25 + 20 + 16}{125} = \frac{61}{125}$$

$X \cap Y = X$ のことなの?

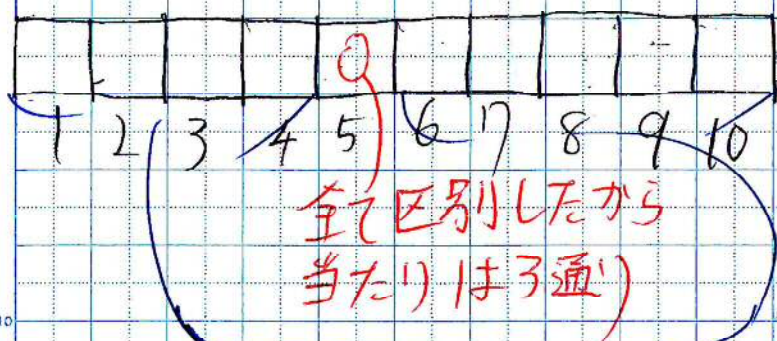
$$P_Y(X) = \frac{P(Y \cap X)}{P(Y)} = \frac{P(X)}{P(Y)}$$

$$= \frac{\frac{4}{25}}{\frac{61}{125}} = \frac{\frac{20}{125}}{\frac{61}{125}} = \frac{20}{61}$$

(問 4 - 4 続)

この並べ方は $10!$ 通り

あり、これらは全て等確率である
で、5番目の人が当たるのは



残りの9本の並べ替えは $9!$ 通り

$3 \times 9!$ 通りある。

よって5番目の人が当たる確率は

$$\frac{3 \times 9!}{10!} = \frac{3}{10} \left(= \frac{3 \times \cancel{9 \times 8 \times 7 \cdots 1}}{10 \times \cancel{9 \times 8 \times 7 \cdots 1}} \right) \text{ なのだ!}$$

同様にすれば

何番目の人でも当たる確率は

$$\frac{3 \times 9!}{10!} = \frac{3}{10} \text{ と分かる}$$

*最後の1人まで引かなくてもOK

5 確率分布と期待値

問5-1

くじ10本+

1等 1本 600円

2等 2本 250円

3等 3本 20円

4等 4本 0円

くじ1本取り出した時の獲得金額をX円とする

確率変数

$$P(X=600) = \frac{1}{10}$$

$$P(X=250) = \frac{2}{10}$$

$$P(X=20) = \frac{3}{10}$$

$$P(X=0) = \frac{4}{10}$$

X	0	20	250	600	計
その時の確率	$\frac{4}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	

確率分布表

expectality

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{確率変数 } X \times \text{その確率} \\ \text{の全ての和} \end{array} \right\} = E(X) \quad \text{Xの期待値}$$

$$E(X) = 0 \times \frac{4}{10} + 20 \times \frac{3}{10} + 250 \times \frac{2}{10} + 600 \times \frac{1}{10}$$

$$= 0 + 6 + 50 + 60$$

$$= 116$$

$$= \frac{0 \times 4 + 20 \times 3 + 250 \times 2 + 600 \times 1}{10}$$

$$= \frac{\text{賞金金額の合計}}{\text{くじの本数}} = \text{1本あたりの平均賞金金額}$$

⇒ くじを1本引く時にもらえる期待できる賞金金額のことである。 expect

くじ1本引くのに120円かかる

$E(X) = 116 < 120$ なので期待値の観点で言うと引かない方がよい。

問5-2

(1)

Xの値	1000	-1000	合計
起こる確率	$\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

H $P(H)$ 表が3回先に出るAの勝ち
 T $P(T)$ 裏が3回先に出るBの勝ち

負けた方が勝、左方に1000円払

X: Aの受け取る金額

1	2	3	4	5
H	H	H		
		T	H	
		T	T	H

$\rightarrow \frac{1}{2}$
 $\rightarrow (\frac{1}{2})^2$
 $\rightarrow (\frac{1}{2})^3$

ここから後の確率

$$\begin{aligned}
 P(X=1000) &= P(\text{Aさん勝ち}) \\
 &= \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^3 \\
 &= \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \\
 &= \frac{4+2+1}{8} = \frac{7}{8}
 \end{aligned}$$

Xの期待値

$$\begin{aligned}
 E(X) &= 1000 \times \frac{7}{8} + (-1000) \times \frac{1}{8} \\
 &= \frac{7000 - 1000}{8} = \frac{6000}{8} = 750
 \end{aligned}$$

よってBさんから750円もらへて!

練習 - 2a

	2	3	4	5	
H	H	H			$\rightarrow (\frac{1}{2})^2$
	H	T	H		$\rightarrow (\frac{1}{2})^3$
	H	T	T	H	$\rightarrow (\frac{1}{2})^4$
	T	H	H		$\rightarrow (\frac{1}{2})^3$
	T	H	T	H	$\rightarrow (\frac{1}{2})^4$
	T	T	H	H	$\rightarrow (\frac{1}{2})^4$

$$P(A \text{ さん勝ち}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$$

$$= \frac{4+2+1+2+1+1}{16}$$

$$= \frac{11}{16}$$

X	1000	-1000	計
確率	$\frac{11}{16}$	$\frac{5}{16}$	1

$$1000 \times \frac{11}{16} + (-1000) \times \frac{5}{16}$$

$$= \frac{11000 - 5000}{16} = \frac{6000}{16} = 375$$

よってBさんから375円貰うべき。