

中3数学D 春期講習 確率と期待値 宿題解答 §1 確率とは

宿題 1-1

引いたおみくじが大吉, 吉, 中吉, 小吉, 凶の確率はそれぞれ $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{2}{9}, \frac{1}{9}$ であるから,

$$(1) \quad \boxed{\frac{1}{9}}$$

$$(2) \quad \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \boxed{\frac{8}{9}}$$

※ (1)と(2)の確率の和は, 全事象の確率なので1となっている.

宿題 1-2

コインを1回投げたとき, 表, 裏の出る確率は, それぞれ $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ であるから,

(1) 表, 裏, 裏, 表, 裏の順に出る確率は

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \boxed{\frac{108}{3125}}$$

(2) 表をH, 裏をTで表すことにすると, 表がちょうど2回出るのは,

HHTTT THHTT TTHHT TTTHH
HTHTT THTHT TTHTH
HTTHT THTTH
HTTTH

の順番に出るときであり, この10通りの出方各々の確率は

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{108}{3125}$$

よって, 表がちょうど2回出る確率は

$$10 \times \frac{108}{3125} = \boxed{\frac{216}{625}}$$

※ 表がちょうど2回出る出方は, 5回のうちの2回が表になるか, で決まるので, ${}_5C_2$ 通りと数えることもできる.

(3) 表をH, 裏をTで表すことにすると, 表がちょうど1回出るのは,

HTTTT

THTTT

TTHTT

TTTHT

TTTTH

の順番に出るときであり, この5通りの出方各々の確率は

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{162}{3125}$$

よって, 表がちょうど1回出る確率は

$$5 \times \frac{162}{3125} = \boxed{\frac{162}{625}}$$

※ 表がちょうど1回出る出方は, ${}_5C_1$ 通りと数えることもできる.

宿題 1-3

(1) 1回目に表が出るか, 1回目に裏で2回目に表が出た場合に景品をもらえるので, 景品をもらえる確率は

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \boxed{\frac{3}{4}}$$

(2) このコインを1回投げたとき, 表が出る確率を p とおくと, 裏が出る確率は $1-p$ であり, 景品をもらえる確率は

$$p + (1-p)p = 2p - p^2$$

である. この確率が $\frac{1}{2}$ なので, p は

$$2p - p^2 = \frac{1}{2}$$

を満たす. これを解くと,

$$p^2 - 2p + \frac{1}{2} = 0 \quad (p-1)^2 = \frac{1}{2}$$

p は確率なので,

$$0 \leq p \leq 1 \quad \therefore -1 \leq p-1 \leq 0$$

であるから,

$$p-1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \therefore p = \boxed{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}$$