

－ 中3C 宿題プリント(夏期前期-3) 解答－

1.
次の円 C と直線 l に共有点があれば、その座標を求めよ。

(1)

$$\begin{cases} C: x^2 + y^2 = 5 \\ l: y = 3x - 5 \end{cases}$$

(2)

$$\begin{cases} C: x^2 + y^2 = 5 \\ l: y = 2x - 6 \end{cases}$$

(1) C と l の共有点の座標 (x, y) は、連立方程式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \cdots \textcircled{1} \\ y = 3x - 5 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{の解である。}$$

$\textcircled{1}$ に $\textcircled{2}$ を代入して、

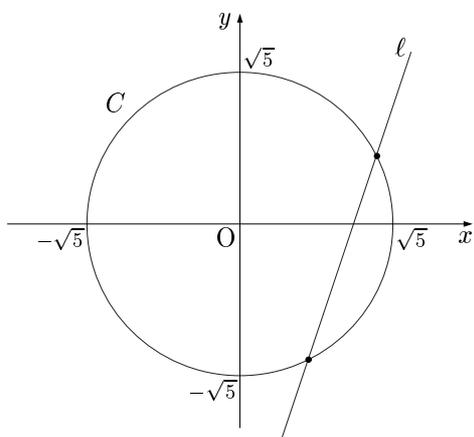
$$\begin{aligned} x^2 + (3x - 5)^2 &= 5 \\ 10x^2 - 30x + 20 &= 0 \\ x^2 - 3x + 2 &= 0 \\ (x - 1)(x - 2) &= 0 \\ x &= 1, 2 \end{aligned}$$

$\textcircled{2}$ に代入して、

$$\begin{aligned} x = 1 \text{ のとき、} y &= 3 \cdot 1 - 5 = -2 \\ x = 2 \text{ のとき、} y &= 3 \cdot 2 - 5 = 1 \end{aligned}$$

したがって、円 C と直線 l の共有点の座標は

$$\boxed{(1, -2), (2, 1)}$$



(2) C と l の共有点の座標 (x, y) は、連立方程式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \cdots \textcircled{1} \\ y = 2x - 6 \cdots \textcircled{3} \end{cases} \text{の解である。}$$

$\textcircled{1}$ に $\textcircled{3}$ を代入して、

$$\begin{aligned} x^2 + (2x - 6)^2 &= 5 \\ 5x^2 - 24x + 31 &= 0 \cdots \textcircled{4} \\ 5\left(x - \frac{24}{5}\right) + 31 &= 0 \end{aligned}$$

$$5\left\{\left(x - \frac{12}{5}\right)^2 - \left(\frac{12}{5}\right)^2\right\} + 31 = 0$$

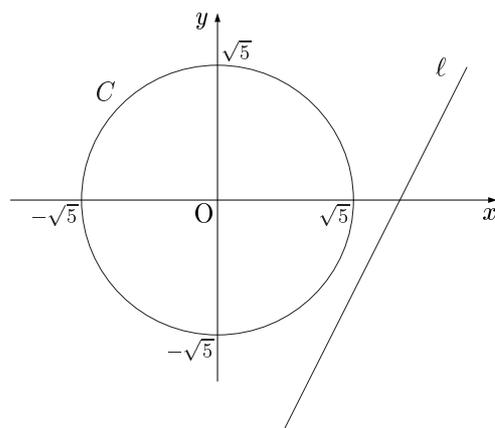
$$5\left(x - \frac{12}{5}\right)^2 - \frac{144}{5} + 31 = 0$$

$$5\left(x - \frac{12}{5}\right)^2 - \frac{144}{5} + \frac{155}{5} = 0$$

$$5\left(x - \frac{12}{5}\right)^2 + \frac{11}{5} = 0$$

これをみたす実数 x はない。

よって、円 C と直線 l は共有点を持たない。



補足

$\textcircled{4}$ の判別式を D とおくと、

$$D = (-24)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 31 = 4(144 - 155) < 0$$

よって、 $\textcircled{4}$ の2次方程式は実数解を持たない。

これより、 C と l は共有点を持たないとわかる。

2.

次の2円 C_1, C_2 の交点の座標を求めよ。

$$\begin{cases} C_1 : x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0 \\ C_2 : x^2 + y^2 - 2y - 19 = 0 \end{cases}$$

C_1, C_2 の交点の座標 (x, y) は、連立方程式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0 \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + y^2 - 2y - 19 = 0 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \text{の解である。}$$

① - ② より

$$-2x + 4y - 4 = 0$$

$$-x + 2y - 2 = 0$$

$$x = 2y - 2 \cdots \textcircled{3}$$

③ を ② に代入して

$$(2y - 2)^2 + y^2 - 2y - 19 = 0$$

$$4y^2 - 8y + 4 + y^2 - 2y - 19 = 0$$

$$5y^2 - 10y - 15 = 0$$

$$y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$(y + 1)(y - 3) = 0$$

$$\therefore y = -1, 3$$

③ より

$$y = -1 \text{ のとき、} x = 2(-1) - 2 = -4$$

$$y = 3 \text{ のとき、} x = 2 \cdot 3 - 2 = 4$$

よって、 C_1, C_2 の交点の座標は

$$\boxed{(-4, -1), (4, 3)}$$

参考

