中3数学D　復習テスト解答　夏期前期－4

復習 4-1

$l: 7x+5y-8=0$ ……………………………… ①

$m: 3x+4y-5=0$ ……………………………… ②

l, m は原点 O を通らないので，l, m の交点 P は O とは異なり，P, O を通る直線はひとつに決まる．よって，そのような直線の式をひとつ見つければ，それが n の式である．

P の座標は①，②をともに満たすので，①，②を組み合わせて得られる式も満たす．つまり，①，②を組み合わせて得られる式は，P を通る図形を表す．

そこで，O を通る直線の式を得るために，①，②から定数項を消した①$\times 5-$②$\times 8$ を作ると，

$5(7x+5y-8)-8(3x+4y-5)=0$

$\therefore \boxed{11x-7y=0}$

を得る．これは確かに直線を表す式であり，P と O を通るので，n の式である．

復習 4-2

$C: x^2+y^2-4x-2y-4=0$ ………………… ①

$D: x^2+y^2+6x+3y-5=0$ ………………… ②

(1) 2 点 P, Q を通る直線はひとつに決まるので，そのような直線の式をひとつ見つければ，それが l の式である．
C, D の 2 交点 P, Q の座標は①，②をともに満たすので，①，②を組み合わせて得られる式も満たす．つまり，①，②を組み合わせて得られる式は，P, Q を通る図形を表す．
そこで，直線の式を得るために，①，②から x^2, y^2 の項を消去した②$-$①を作ると，

$\boxed{10x+5y-1=0}$ ……………………………… ③

を得る．これは確かに直線を表す式であり，P, Q を通るので，l の式である．

(2) C, D は原点 O を通らないので C, D の 2 交点 P, Q は O とは異なり，l も O を通らないので，P, Q, O は同一直線上にない 3 点であるから，P, Q, O を通る円はひとつに決まる．よって，そのような円の式をひとつ見つければ，それが E の式である．
P, Q は C と l の 2 交点でもあるので，C の式①と l の式③を組み合わせて得られる式もまた P, Q を通る図形を表す．
そこで，O を通る円の式を得るために，①，③から定数項を消去した①$-$③$\times 4$ を作ると，

$\boxed{x^2+y^2-44x-22y=0}$

を得る．これは平方完成すると，

$(x-22)^2+(y-11)^2=605$

であるから確かに円の式であり，P, Q, O を通るので，E の式である．

➢ 平方完成せずとも，式の形から円・1 点・空集合のいずれかを表していることは分かっているので，3 点 P, Q, O を通ることから，円であると結論することもできる．

(3) O を中心として P, Q を通る円はひとつあるか，存在しないかのいずれかであるので，そのような円の式をひとつ見つけられればそれが F の式である．
中心が原点の円の式は，

$x^2+y^2=c$，c は正の定数

の形に表せる．
そこで，この形の式を得るために，①，③から x, y の項を消去した①$+$③$\times\dfrac{2}{5}$ を作ると，

$x^2+y^2-\dfrac{22}{5}=0 \quad \therefore \boxed{x^2+y^2=\dfrac{22}{5}}$

を得る．これは確かに原点を中心とする円を表す式であり，P, Q を通るので，F の式である．

➢ 円 F が存在するのは，PQ の垂直二等分線上に原点があるからであり，2 円 C, D の中心と原点が同一直線上にあるからである．このようにして，あらかじめ F の存在を確認しておくのもよいだろう．