

中3数学D 図形と式 宿題解答 §3 円と直線(1)

宿題 3-1

(1) $C: x^2 + y^2 = 25$ ①
 $l: y = x - 1$ ②

交点の座標 (x, y) は連立方程式 $\begin{cases} ① \\ ② \end{cases}$ の解

である.

②を①に代入すると,

$$x^2 + (x-1)^2 = 25$$

$$2x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$2(x+3)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -3, 4$$

なので, これを②に代入して,

$$x = -3 \text{ のとき, } y = -4$$

$$x = 4 \text{ のとき, } y = 3$$

よって, 交点は $\boxed{(-3, -4), (4, 3)}$.

(2) $C: x^2 + y^2 = 1$ ①
 $l: y = \sqrt{3}x - 2$ ②

交点の座標 (x, y) は連立方程式 $\begin{cases} ① \\ ② \end{cases}$ の解

である.

②を①に代入すると,

$$x^2 + (\sqrt{3}x - 2)^2 = 1$$

$$4x^2 - 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$(2x - \sqrt{3})^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

なので, これを②に代入して,

$$y = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$$

よって, 交点は $\boxed{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)}$ の1点であり,

C と l はこの点で接している.

宿題 3-2

$C: x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$ ①
 $D: x^2 + y^2 - 12y + 31 = 0$ ②

(1) 交点の座標 (x, y) は連立方程式 $\begin{cases} ① \\ ② \end{cases}$ の解

である.

① - ② より

$$4x + 8y - 48 = 0$$

$$\therefore x = -2y + 12 \text{ ③}$$

であるから, ③を②に代入して

$$(-2y + 12)^2 + y^2 - 12y + 31 = 0$$

$$5y^2 - 60y + 175 = 0$$

$$5(y-5)(y-7) = 0$$

$$\therefore y = 5, 7$$

③より,

$$y = 5 \text{ のとき, } x = 2$$

$$y = 7 \text{ のとき, } x = -2$$

よって, 交点は $\boxed{(2, 5), (-2, 7)}$.

(2) $(2, 5), (-2, 7)$ を通るので傾きは $-\frac{1}{2}$ であり, $(2, 5)$ を通るので

$$y = -\frac{1}{2}(x-2) + 5 \quad \therefore \boxed{y = -\frac{1}{2}x + 6}$$

➤ (1)では交点の y 座標から x 座標を求めるのに③を利用しているが, これは交点の座標 $(2, 5), (-2, 7)$ がともに③を満たしていることに他ならない.

つまり, ③の

$$x = -2y + 12$$

は2交点を通る直線の式である.

(§4の授業を参照のこと)