中3数学D 図形と式 宿題解答 §4 円と直線（2）

宿題 4-1

$C: x^2+y^2+10x+2y=24$ ………………………… ①

$l: \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1$ …………………………………………… ②

(1) C は

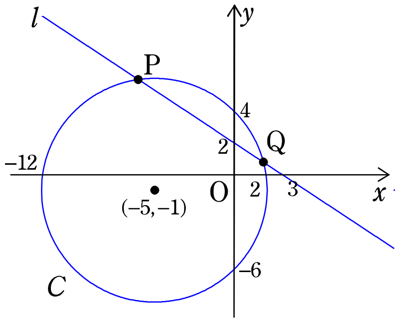
$(x+5)^2+(y+1)^2=50$

より，中心 $(-5,-1)$，半径 $5\sqrt{2}$ の円で，

x 切片は $x^2+10x=24$ $\therefore x=-12,2$

y 切片は $y^2+2y=24$ $\therefore y=-6,4$

であり，l は x 切片 3，y 切片 2 の直線であるから，下図のよう．



(2) C,l の 2 交点 P, Q の座標は，①，②をともに満たすので，①，②を組み合わせて得られる式も満たす．つまり，①，②を組み合わせて得られる式は P, Q を通る図形を表す．

そこで，O を通る円の式を得るために，①，②から定数項を消去した ①－②×24 を作ると，

$x^2+y^2+2x-10y=0$

を得る．これは平方完成すると

$(x+1)^2+(y-5)^2=26$

なので，確かに円の式であり，O, P, Q を通るので三角形 OPQ の外接円を表している．

よって，三角形 OPQ の外心は A $\boxed{(-1,5)}$ であり，外接円の半径は $R=\boxed{\sqrt{26}}$ である．

宿題 4-2

$C: x^2+y^2+4x-4y-12=0$ ……………………… ①

$D: x^2+y^2-8y=0$ ………………………………… ②

(1) C は $(x+2)^2+(y-2)^2=20$ なので，

中心 $(-2,2)$，半径 $2\sqrt{5}$ の円

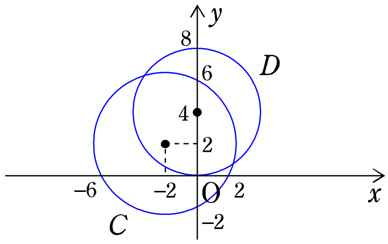
であり，x 切片 $-6,2$，y 切片 $-2,6$．

D は $x^2+(y-4)^2=16$ なので，

中心 $(0,4)$，半径 4 の円

であり，x 切片 0，y 切片 $0,8$．

よって，下図のよう．



C,l の 2 交点 P, Q の座標は，①，②をともに満たすので，①，②を組み合わせて得られる式も満たす．つまり，①，②を組み合わせて得られる式は P, Q を通る図形を表す．そこで，

(2) 直線の式を得るために，①－② を作ると，

$4x+4y-12=0$ $\therefore \boxed{x+y-3=0}$

を得る．これは確かに直線の式であり，P, Q を通る．（P, Q を通る直線はひとつに決まるので）これが l の式である．

(3) 中心が x 軸上にある円の式は

$x^2+y^2+ax+c=0$

の形に表せるので，このような式を得るために，①×2－② を作ると，

$\boxed{x^2+y^2+8x-24=0}$

を得る．これは平方完成すると

$(x+4)^2+y^2=40$

で，確かに円の式であり，P, Q を通り，中心は $(-4,0)$ で x 軸上にある．（P, Q を通り中心が x 軸上にある円はひとつに決まるので）これが E の式である．