

中3数学D 復習テスト解答 夏期後期-3

復習 3-1

(1) mod 3 で考えて,

$$\begin{aligned} &1^1 + 2^2 + 3^3 + 4^4 + 5^5 + 6^6 + 7^7 + 8^8 + 9^9 + 10^{10} \\ &\equiv 1^2 + (-1)^2 + 0^3 + 1^4 + (-1)^5 \\ &\quad + 0^6 + 1^7 + (-1)^8 + 0^9 + 1^{10} \\ &\equiv 1 + 1 + 0 + 1 - 1 + 0 + 1 + 1 + 0 + 1 \\ &\equiv 5 \\ &\equiv 2 \end{aligned}$$

であるから, 3 で割った余りは $\boxed{2}$.

(2) mod 11 で考えて,

$$\begin{aligned} &1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &\equiv (1 \times 10) \times (2 \times 5) \times (3 \times 7) \times (4 \times 8) \times (6 \times 9) \\ &\equiv 10 \times 10 \times 21 \times 32 \times 54 \\ &\equiv (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \\ &\equiv -1 \\ &\equiv 10 \end{aligned}$$

であるから, 11 で割った余りは $\boxed{10}$.

復習 3-2

(1) $2^4 \equiv 16 \equiv 1 \pmod{5}$

なので, $2^{67} = (2^4)^{16} \cdot 2^3$ より

$$2^{67} \equiv 1^{16} \cdot 2^3 \equiv 8 \equiv 3 \pmod{5}$$

よって, 2^{67} を 5 で割った余りは $\boxed{3}$.

(2) $3^5 \equiv 243 \equiv 1 \pmod{11}$

であり, (1)より

$2^{67} = 5k + 3$, k はある自然数
と表せるので,

$$\begin{aligned} 3^{(2^{67})} &\equiv 3^{5k+3} \\ &\equiv (3^5)^k \cdot 3^3 \\ &\equiv 1^k \cdot 27 \equiv 5 \pmod{11} \end{aligned}$$

よって, $3^{(2^{67})}$ を 11 で割った余りは $\boxed{5}$.