

中3数学D 整数 宿題解答 §3 合同式(1)

宿題 3-1

(1) $111 \equiv 37 \times 3 \equiv 0 \pmod{37}$

であるから,

$$1000 \equiv 111 \times 9 + 1 \equiv \boxed{1} \pmod{37}$$

(2) $1000 \equiv 1 \pmod{37}$ を利用すれば

$$123456789$$

$$\equiv 123 \times 1000^2 + 456 \times 1000 + 789$$

$$\equiv 123 \times 1^2 + 456 \times 1 + 789$$

$$\equiv 123 + 456 + 789$$

$$\equiv 1368 \equiv 1000 + 368$$

$$\equiv 1 + 368$$

$$\equiv 369$$

$$\equiv -1$$

$$\equiv \boxed{36} \pmod{37}$$

➤ $111 \equiv 0 \pmod{37}$ を利用して

$$123456789$$

$$\equiv 123456789 - 111000000 \equiv 12456789$$

$$\equiv 12456789 - 11100000 \equiv 1356789$$

$$\equiv 1356789 - 1110000 \equiv 246789$$

$$\equiv 246789 - 222000 \equiv 24789$$

$$\equiv 24789 - 22200 \equiv 2589$$

$$\equiv 2589 - 2220 \equiv \boxed{36} \pmod{37}$$

ともできる. これは 111 で割り算をしているのと全く同じ計算である.

(3) $10 \equiv -\boxed{1} \pmod{11}$

(4) したがって,

$$123456789$$

$$\equiv 1 \times 10^8 + 2 \times 10^7 + 3 \times 10^6$$

$$+ \cdots + 8 \times 10^1 + 9$$

$$\equiv 1 \times (-1)^8 + 2 \times (-1)^7 + 3 \times (-1)^6$$

$$+ \cdots + 8 \times (-1) + 9$$

$$\equiv 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9$$

$$\equiv \boxed{5} \pmod{11}$$

宿題 3-2

(1) $3^5 \equiv 243 \equiv 1 \pmod{11}$

なので, $3^{50} = (3^5)^{10}$ より

$$3^{50} \equiv 1^{10} \equiv 1 \pmod{11}$$

よって, 3^{50} を 11 で割った余りは $\boxed{1}$.

(2) $10^n \equiv (-1)^n \pmod{11}$

なので, mod 11 で

$$7178979876\boxed{?}1852588770249$$

$$\equiv 9 - 4 + 2 - 0 + 7 - 7 + 8 - 8$$

$$+ 5 - 2 + 5 - 8 + 1 - \boxed{?}$$

$$+ 6 - 7 + 8 - 9 + 7 - 9 + 8 - 7 + 1 - 7$$

$$\equiv -1 - \boxed{?}$$

(1)より, $3^{50} \equiv 1 \pmod{11}$ なので,

$$1 \equiv -1 - \boxed{?} \pmod{11}$$

$$\therefore \boxed{?} \equiv -2 \equiv 9 \pmod{11}$$

$\boxed{?}$ に当てはまるのは 0 以上 9 以下の整数であり, mod 11 で 9 と合同になるので,

$$\boxed{?} = \boxed{9}$$