中 3 数学 C　復習テスト解答　3 学期-4

1

$a_n = \boxed{2n+1} \cdots ♠$ と予想できるので、これが正しいことを帰納法で示す。

(i) $n=1$ のときの ♠ を示す。$a_1 = 3 = 2\times 1+1$ なので、$n=1$ のときの ♠ はたしかに正しい。

(ii) $n=k$ のときの ♠

$a_k = 2k+1 \ \cdots ①$

が正しいならば、$n=k+1$ のときの ♠

$a_{k+1} = 2k+3 \ \cdots ♯$

も正しいことを示す。① が正しいならば、

$$\begin{aligned} a_{k+1} &= \frac{a_k+5}{2} + k \qquad (\because \text{漸化式}) \\ &= \frac{2k+1+5}{2} + k \qquad (\because ①) \\ &= \frac{2k+6}{2} + k \\ &= (k+3) + k \\ &= 2k+3 \end{aligned}$$

より、♯ はたしかに正しい。

(i),(ii) より、♠ がすべての自然数 n について成り立つことが示せた。

2

$a_n = \boxed{2^n - 1}$ $\cdots$♠ と予想できるので、これが正しいことを帰納法で示す。

(i) $n = 1, 2$ のときの♠を示す。$a_1 = 1 = 2^1 - 1$, $a_2 = 3 = 2^2 - 1$ なので、
$n = 1, 2$ のときの♠はたしかに正しい。

(ii) $n = k, k+1$ のときの♠
$a_k = 2^k - 1$, $a_{k+1} = 2^{k+1} - 1$ $\cdots$①
が正しいならば、$n = k+2$ のときの♠
$a_{k+2} = 2^{k+2} - 1$ $\cdots$♯
も正しいことを示す。① が正しいならば、

$$\begin{aligned} a_{k+2} &= 3a_{k+1} - 2a_k \qquad (\because \text{漸化式}) \\ &= 3(2^{k+1} - 1) - 2(2^k - 1) \qquad (\because ①) \\ &= 3 \times 2^{k+1} - 3 - 2 \times 2^k + 2 \\ &= 3 \times 2^{k+1} - 2^{k+1} - 1 \\ &= 2 \times 2^{k+1} - 1 \\ &= 2^{k+2} - 1 \end{aligned}$$

より、♯はたしかに正しい。

(i),(ii) より、♠がすべての自然数 n について成り立つことが示せた。