

1

- (1) テキストの問題 2-4, 3-2 で見つけた立方数の和の公式

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2 \text{ を用いて、}$$

$$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 10^3 = \frac{1}{4} \cdot 10^2 \cdot 11^2 = \boxed{3025}$$

- (2) $T = 3^1 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{10}$ と、

$$3S = \quad + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{10} + 3^{11} \text{ の辺々を引いて、}$$

$$-2S = 3^1 - 3^{11} \quad \therefore S = \boxed{\frac{3^{11} - 3}{2}} (= 88572)$$

2

- (1) テキストの問題 6-1 で見つけた平方数の和の公式

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) \text{ を用いて、}$$

$$S = 3^2 (1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 33^2) = 3^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot 33 \cdot 34 \cdot 67 = \boxed{112761}$$

$$(2) T = \sum_{k=0}^{33} (3k+1)^2 = \sum_{k=0}^{33} (9k^2 + 6k + 1) = \sum_{k=0}^{33} 9k^2 + 6 \sum_{k=0}^{33} k + \sum_{k=0}^{33} 1 \cdots \textcircled{1}$$

と書けるので、 $\sum_{k=0}^{33} 9k^2$ と $\sum_{k=0}^{33} k$ と $\sum_{k=0}^{33} 1$ を求めればよい。

$$\sum_{k=0}^{33} 9k^2 = \sum_{k=0}^{33} (3k)^2 = 0^2 + 3^2 + 6^2 + \cdots + 99^2 \text{ は (1) で求めた } S = 112761$$

に等しい。

$$U = \sum_{k=0}^{33} k \text{ とおくと、}$$

$$U = 0 + 1 + 2 + \cdots + 32 + 33 \text{ と、}$$

$$U = 33 + 32 + 31 + \cdots + 1 + 0 \text{ の辺々を足して、}$$

$$2U = \underbrace{33 + 33 + 33 + \cdots + 33 + 33}_{34 \text{ 個}}$$

$$\therefore U = \frac{33 \cdot 34}{2} = 561$$

$$\text{また、} \sum_{k=0}^{33} 1 = \underbrace{1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{34 \text{ 個}} = 34 \text{ であるので、} \textcircled{1} \text{ より、}$$

$$T = S + 6U + 34 = 112761 + 6 \cdot 561 + 34 = \boxed{116161}$$