

中3数学D 復習テスト解答 (3学期-5)

復習 5-1

(1) $n=1$ のとき

○ × △

の3個で, $a_1 = \boxed{3}$.

$n=2$ のとき

×○ △○

○× ×× △×

○△ ×△ △△

の8個で, $a_2 = \boxed{8}$.

$n=3$ のとき

×○☆ △○☆

○×★ ××★ △×★

○△★ ×△★ △△★

ただし, ☆には×か△が, ★には○か×か△が入る. これらは計

$$2 \cdot 2 + 6 \cdot 3 = 22 \text{ 個}$$

あるので, $a_3 = \boxed{22}$.

(2) ○, ×, △を合わせて n 個並べた記号列のうち, 右端が○のものの個数を f_n , ×か△で終わるものの個数を g_n とおく.

$$a_n = f_n + g_n$$

である.

これらの右側に○, ×, △を付け加えて, 条件を満たすような $n+1$ 個の記号列を得るのは,

A) 右端が○で終わる f_n 個の記号列の右側に×か△を付け加える

B) 右端が×か△で終わる g_n 個の記号列の右側に○か×か△を付け加えるのいずれかを行ったときである.

このとき, A)からは,

×か△で終わる記号列が $2f_n$ 個

B)からは

○で終わる記号列が g_n 個

×か△で終わる記号列が $2g_n$ 個

ずつできるので,

$$f_{n+1} = g_n$$

$$g_{n+1} = 2f_n + 2g_n = 2(f_n + g_n) = 2a_n$$

が成り立つ ($n=1, 2, 3, \dots$).

これらと

$$f_1 = 1, g_1 = 2$$

から計算すれば,

n	f_n	g_n	a_n
1	1	2	3
2	2	6	8
3	6	16	22
4	16	44	60
5	44	120	164
6	120	328	448
7	328	896	1224
8	896	2448	3344

よって, $a_8 = \boxed{3344}$.

[別解法]

○, ×, △を合わせて $n+2$ 個並べた記号列のうち,

A) 左端が○のものは

○×[○が隣り合わない n 個の記号列]

○△[○が隣り合わない n 個の記号列]

の形に限られ, これはそれぞれ a_n 個ずつ, 計 $2a_n$ 個ある.

B) 左端が×のものは

×[○が隣り合わない $n+1$ 個の記号列]の形であり, これは a_{n+1} 個.

C) 左端が△のものは

△[○が隣り合わない $n+1$ 個の記号列]の形であり, これは a_{n+1} 個.

したがって,

$$a_{n+2} = 2a_n + a_{n+1} + a_{n+1}$$

$$\therefore a_{n+2} = 2(a_n + a_{n+1})$$

が成り立つ ($n=1, 2, 3, \dots$).

これと $a_1 = 3, a_2 = 8$ から計算すればよい.

(略)