

### 中3数学D 3学期 宿題プリント §3 数学的帰納法(1)

解答用紙に、求め方・考え方も込めて解答して、来週提出してください。

#### 宿題 3-1

(1) 次の空欄を埋めよ。

$$1! = 1 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$1 \times 1! = \boxed{\phantom{00}}$$

$$2! = 1 \times 2 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$1 \times 1! + 2 \times 2! = \boxed{\phantom{00}}$$

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! = \boxed{\phantom{00}}$$

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + 4 \times 4! = \boxed{\phantom{00}}$$

$$5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = \boxed{\phantom{00}}$$

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + 4 \times 4! + 5 \times 5! = \boxed{\phantom{00}}$$

(2)  $n$  を自然数とする。次の計算結果を表す  $n$  の式を予想せよ。

$$1 \times 1! + 2 \times 2! + 3 \times 3! + \cdots + n \times n! = \boxed{\phantom{00}}$$

(3) (2)の予想を、数学的帰納法で証明せよ。

#### 宿題 3-2

表と裏の出やすさの比が1:2であるコインを投げ続けるとき、 $n$ 回目にはじめて表が出る確率を  $p_n$  とする。

(1)  $p_1, p_2, p_3$  を求めよ。

(2)  $p_n$  を  $n$  の式で表せ。

(3)  $Q_n = p_1 + p_3 + p_5 + \cdots + p_{2n-1}$  を  $n$  の式で表せ。

(4)  $n$  が大きくなっていくと、 $Q_n$  の値はどんどんある値  $Q$  に近づいていく。 $Q$  を求めよ。

### 宿題 3-3

次の不等式を証明せよ. また, 等号成立条件を求めよ.

(1) 実数  $x, y$  に対して,  $x^2 + 5y^2 + 5 \geq 4xy + 2x$

(2)  $x + y + 2z = 1$  のとき,  $x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{6}$

### 宿題 3-4

平面上に 4 点  $A(4, 0)$ ,  $B(0, 7)$ ,  $C(-1, 5)$  がある.

(1)  $A, B, C$  を通る円  $D$  の式を求め,

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

の形に整理して答えよ.

(2) 点  $P(5, 8)$ ,  $Q(6, 7)$ ,  $R(7, 6)$  のうち, (1)の円  $D$  上にあるものをすべて選べ.

(3)  $A, B, C$  および(2)で答えたもの以外にも,  $D$  上にはあと 1 点だけ格子点がある. この格子点を求めよ.

