

中3数学D 3学期 宿題プリント §4 数学的帰納法(2)

解答用紙に、求め方・考え方も込めて解答して、来週提出してください。

宿題 4-1

(1) 空欄に適切な自然数を埋めて、次を証明せよ。

「() 以上のすべての自然数 n に対して、 $2^n > n^2$ が成立する」

(2) $2^n = n^2$ を満たす自然数 n をすべて求めよ。

宿題 4-2

$a_n = n \cdot 5^{n-1}$ ($n=1, 2, 3, \dots$) で与えられる数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和

$$S_n = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 + \dots + n \cdot 5^{n-1}$$

を簡単にせよ。

宿題 4-3

- (1) 関数 $f(x) = x + \frac{2}{x}$ の, $x > 0$ での最小値, および, そのときの x の値を求めよ.
- (2) 関数 $f(x) = x + \frac{2}{x-2}$ の, $x > 2$ での最小値, および, そのときの x の値を求めよ.

※ $y = f(x)$ のグラフも描いてみよ.

宿題 4-4

3 次方程式 $x^3 + 2x^2 - 3x - 1 = 0$ の 3 解を α, β, γ とおくとき, 次の値を求めよ.

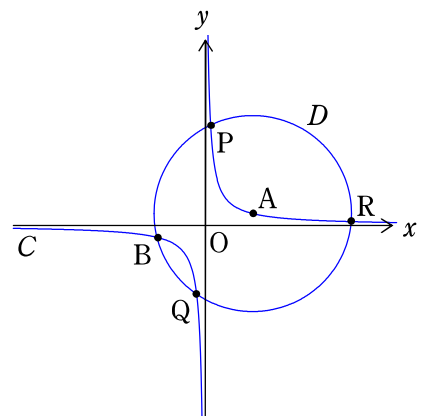
- (1) $\alpha + \beta + \gamma$, $\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma$, $\alpha\beta\gamma$
- (2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$
- (3) $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$
- (4) $(2 - \alpha)(2 - \beta)(2 - \gamma)$

チャレンジおまけ宿題 4-A

$y = \frac{1}{x}$ のグラフ C 上に 2 点 $A\left(2, \frac{1}{2}\right)$, $B\left(-2, -\frac{1}{2}\right)$ がある.

A を中心として, B を通る円を D とし, C と D の交点のうち, B とは異なるものを P, Q, R とする.

- (1) D の式を求めよ.
- (2) C と D の 4 交点 B, P, Q, R の x 座標を 4 解にもつ, x の 4 次方程式を求めよ.
- (3) P, Q, R の x 座標を 3 解にもつ, x の 3 次方程式を求めよ.
- (4) 三角形 PQR の重心 G の座標を求めよ.
- (5) 三角形 PQR はどのような三角形か.



※ 一般に, 3 点 $A(a, p)$, $B(b, q)$, $C(c, r)$ を頂点とする三角形 ABC の重心 G の座標は

$$G\left(\frac{a+b+c}{3}, \frac{p+q+r}{3}\right)$$

である.