

中3数学D 3学期 宿題プリント §5 漸化式と数え上げ

解答用紙に，求め方・考え方も込めて解答して，来週提出してください．

宿題 5-1

○, ×, △を合わせて n 個並べて記号列を作る．このような記号列のうち，○を奇数個含むものの総数を a_n とする．

- (1) a_1, a_2, a_3 を求めよ．
- (2) a_{n+1} を a_n を用いて表せ． $a_1, a_2, a_3, \dots$ の値を見て予想するだけでなく，そうなる理由をきちんと説明すること．
- (3) a_5 を求めよ．
- (4) a_n を n の式で表せ．

宿題 5-2

漸化式

$$\begin{cases} a_1 = 1, a_2 = 5 \\ a_{n+2} = 3a_{n+1} + 10a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

で定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を予想し，その予想が正しいことを数学的帰納法で証明せよ．

問題 5-3

次の不等式を解け.

(1) $|-x^2 + 1| \leq x + 1$

(2) $\frac{1}{x} \leq x$

(3) $x - 2 \leq \sqrt{x}$

チャレンジおまけ宿題 5-A

放物線 $C: y = x^2$ 上に点 A, B を取り, A, B の x 座標をそれぞれ a, b ($a < b$), 線分 AB の長さを d とおく.

(1) d は, a, b を用いて

$$d = \sqrt{\left(\quad \right)^2 \left(\quad \right)}$$

と表せる (ただし, 平方根の中の式は因数分解した形である).

空欄に適切な a, b の式を埋めよ.

(2) 不等式 $d \leq \boxed{} (a^2 + b^2) + \boxed{}$ が成り立つ.

空欄に適切な数値を埋め, 不等式を証明せよ. また, 等号成立条件を求めよ.

(3) A, B が $d = 2$ を満たしながら動くとき, 線分 AB の中点 M の y 座標の最小値を求めよ.
また, そのときの A, B の x 座標 a, b を求めよ.