

1

(1) $4x^2 + 9 \geq 12x \cdots \textcircled{1}$

を示す。

$$(\textcircled{1} \text{の左辺}) - (\textcircled{1} \text{の右辺})$$

$$= 4x^2 + 9 - 12x$$

$$= (2x - 3)^2 \geq 0$$

より、 $\textcircled{1}$ が成り立つことが示せた。

また、 $\textcircled{1}$ の等号成立条件は、 $2x - 3 = 0$ 、

すなわち、 $x = \frac{3}{2}$ となることである。

(2) $x^2 + 2y^2 + 13 \geq 2xy + 4x + 2y \cdots \textcircled{2}$

を示す。

$$(\textcircled{2} \text{の左辺}) - (\textcircled{2} \text{の右辺})$$

$$= x^2 + 2y^2 + 13 - 2xy - 4x - 2y$$

$$= x^2 - (2y + 4)x + 2y^2 - 2y + 13$$

$$= \{x - (y + 2)\}^2 - (y + 2)^2 + 2y^2 - 2y + 13$$

$$= \{x - (y + 2)\}^2 + y^2 - 6y + 9$$

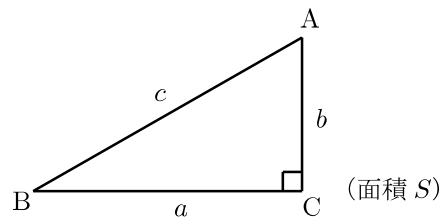
$$= \{x - (y + 2)\}^2 + (y - 3)^2 \geq 0$$

より、 $\textcircled{2}$ が成り立つことが示せた。

また、 $\textcircled{2}$ の等号成立条件は、

$x - (y + 2) = 0$ かつ $y - 3 = 0$ が成り立つこと、

すなわち、 $x = 5$ かつ $y = 3$ となることである。



$$8S \leq a^2 + b^2 + c^2 \cdots \textcircled{1}$$

を示す。

$$(\textcircled{1} \text{の右辺}) - (\textcircled{1} \text{の左辺})$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 8S$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 4ab \quad (\because S = \frac{1}{2}ab)$$

$$= a^2 + b^2 + a^2 + b^2 - 4ab \quad (\because \text{ピタゴラスの定理})$$

$$= 2a^2 - 4ab + 2b^2$$

$$= 2(a - b)^2 \geq 0$$

よって、 $\textcircled{1}$ が成り立つことが示せた。