中３数学Ｃ　復習テスト解答　冬期-3

1

(1) $4x > 0,\ 9y > 0$ より、相加相乗平均の不等式が使えて、

$\dfrac{4x+9y}{2} \geqq \sqrt{4x \times 9y}$

$4x+9y=z,\ xy=1$ より、

$\therefore \dfrac{z}{2} \geqq \sqrt{36} \quad \therefore z \geqq 12$

等号成立は $4x=9y$ のときだが、これは、

$4x \times 9y = 36,\ 4x>0,\ 9y>0$ より、$4x=9y=6$

のとき、すなわち、$x=\dfrac{3}{2},\ y=\dfrac{2}{3}$ のとき（のみ）実現可能である。

以上より、z は $\boxed{x=\dfrac{3}{2},\ y=\dfrac{2}{3}}$ のとき最小値 $\boxed{12}$ をとる。

(2) $4x > 0,\ 9y > 0$ より、相加相乗平均の不等式が使えて、

$\dfrac{4x+9y}{2} \geqq \sqrt{4x \times 9y}$

$4x+9y=1,\ xy=z$ より、

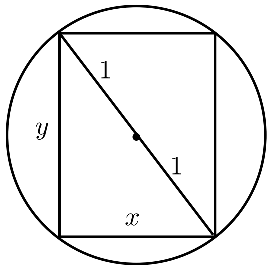
$\therefore \dfrac{1}{2} \geqq \sqrt{36z} \quad \therefore \dfrac{1}{4} \geqq 36z \quad \therefore z \leqq \dfrac{1}{144}$

等号成立は $4x=9y$ のときだが、これは、$4x+9y=1$ より、$4x=9y=\dfrac{1}{2}$ のとき、すなわち、

$x=\dfrac{1}{8},\ y=\dfrac{1}{18}$ のとき（のみ）実現可能である。

以上より、z は $\boxed{x=\dfrac{1}{8},\ y=\dfrac{1}{18}}$ のとき最大値 $\boxed{\dfrac{1}{144}}$ をとる。

2



(1) ピタゴラスの定理より、$x^2+y^2=2^2=\boxed{4}\cdots$①

(2) ① のときの $S=xy$ の最大値を求める。

$x^2>0,\ y^2>0$ より、相加相乗平均の不等式が使えて、

$\dfrac{x^2+y^2}{2} \geqq \sqrt{x^2y^2}$

$\therefore \dfrac{4}{2} \geqq \sqrt{S^2} \qquad (\because$ ①$)$

$\therefore 2 \geqq S \qquad (\because S>0)$

等号成立は $x^2=y^2$ のときだが、これは、① より、$x^2=y^2=2$ のとき、すなわち、$x=\sqrt{2},\ y=\sqrt{2}$ $(\because x>0, y>0)$ のとき（のみ）実現可能である。

以上より、S は $\boxed{x=\sqrt{2},\ y=\sqrt{2}}$ のとき最大値 $\boxed{2}$ をとる。