

## 中3数学D 復習テスト解答 冬期-2

### 復習 2-1

(1)  $4x^2 + 9 \geq 12x$  ..... ①

を示したい.

不等式の左辺を  $A$ , 右辺を  $B$  とおくと,

$$A - B$$

$$= 4x^2 + 9 - 12x$$

$$= (2x - 3)^2 \text{ ..... ②}$$

は 0 以上なので, 常に

$$A - B \geq 0 \quad \therefore A \geq B$$

が成り立つ.

①の等号が成立するのは,

$$A - B = 0$$

のときであり, ②よりこれは

$$2x - 3 = 0 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$$

のときである.

(2)  $x^2 + 2y^2 + 13 \geq 2xy + 4x + 2y$  ..... ①

を示したい.

不等式の左辺を  $A$ , 右辺を  $B$  とおくと,

$$A - B$$

$$= x^2 + 2y^2 + 13 - (2xy + 4x + 2y)$$

$$= x^2 - (2y + 4)x + 2y^2 - 2y + 13$$

$$= \{x - (y + 2)\}^2 - (y + 2)^2 + 2y^2 - 2y + 13$$

$$= \{x - (y + 2)\}^2 + y^2 - 6y + 9$$

$$= \{x - (y + 2)\}^2 + (y - 3)^2 \text{ ..... ②}$$

は 0 以上なので, 常に

$$A - B \geq 0 \quad \therefore A \geq B$$

が成り立つ.

①の等号が成立するのは,

$$A - B = 0$$

のときであり, ②よりこれは

$$\begin{cases} x - (y + 2) = 0 \\ y - 3 = 0 \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} x = 5 \\ y = 3 \end{cases}$$

のときである.

### 復習 2-2

$$S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot CA = \frac{1}{2} ab$$

であり, ピタゴラスの定理より,  $a^2 + b^2 = c^2$  なので, 不等式は

$$\frac{[\quad]}{2} ab \leq 2a^2 + 2b^2$$

$$\therefore \frac{[\quad]}{4} ab \leq a^2 + b^2 \text{ ..... ①}$$

と書き直せる. この不等式が成り立つように, 空欄に最大の数を埋めたい.

①が常に成り立つとすると,  $a = b = 1$  のとき

$$\frac{[\quad]}{4} \leq 2 \quad \therefore [\quad] \leq 8$$

が成り立つから, 空欄に当てはまる数は 8 以下である必要がある.

いま, ①の空欄に 8 を当てはめると, ①は

$$2ab \leq a^2 + b^2$$

となるが,

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 \geq 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 \geq 2ab$$

より, これは常に成立する. したがって, 空欄に当てはまる最大の数は 8 である.