

新高1 数学DEクラス分け試験

実施日：2020年3月15日（日）

試験時間：9：30 ～ 10：50（80分）

配布物： 問題冊子（計算用紙） 全11頁（表紙を含む）
解答用紙（両面） 1枚

注意事項

- (1) 答案は後日、郵送で返却致します。
- (2) 指定された教室で受験してください。
- (3) 問題は全部で5題あり、問題文は2ページから始まります。落丁・乱丁・文意不明の箇所を見いだした場合はすみやかに申し出てください。
- (4) 1 2 3の問題は答のみを記入してください。
4 5の問題は解答の過程をわかりやすい日本語で表現してください。
たとえ答が出ていても、日本語として論旨が読み取れないものは、採点の対象にならない場合があります。
- (5) 答案用紙の質問事項は全て記入してください。これからのクラス分けの為に重要となります。
- (6) 試験中に私語を発した者、不正行為をした者には退場を命ずることがあります。
- (7) 試験終了の合図があったら、ただちに筆記用具を置き、試験監督の指示に従ってください。

会員番号	
氏 名	
学校名	

1DE

次の問について、答の数値や式のみを解答欄に記入せよ。(3点×8＝24点)

- (1) 2次関数 $y = 2x^2 - 3x + 2$ について、 $0 \leq x \leq 2$ における y のとりうる値の範囲を求めよ.
- (2) 2次不等式 $x^2 - x - 1 > 0$ を解け.
- (3) 2次不等式 $-x^2 + x - 1 < 0$ を解け.
- (4) 2次方程式 $x^2 + 2x - 1 = 0$ の2解を α, β とするとき、 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ の値を求めよ.
- (5) $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ をみたす θ をすべて求めよ.
- (6) $\sin \theta = \frac{2}{3}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき、 $\cos \theta$ の値を求めよ.
- (7) $\triangle ABC$ について、 $AB = 3$, $AC = 5$, $\cos \angle BAC = \frac{1}{4}$ のとき、 BC を求めよ.
- (8) 半径3の円に内接する $\triangle ABC$ について、 $BC = 2$ のとき、 $\sin \angle BAC$ の値を求めよ.

このテストでは、D、E
にクラス分けされます。
問題は全部で5題です。

(計算用紙)

2DE

次の問について、答の数値や式のみを解答欄に記入せよ。 (4点×6=24点)

- (1) 3次方程式 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ を解け。
- (2) 円 $x^2 + y^2 = x + 2y$ の中心 A の座標と半径 r を求めよ。
- (3) (2) の円と直線 $x + 2y = 1$ の交点の座標をすべて求めよ。
- (4) a を実数とする。 x の方程式 $|x^2 - x| = a$ の異なる実数解の個数がちょうど 3 個のとき、その 3 個の実数解をすべて求めよ。
- (5) 不等式 $\frac{2}{x} < x - 1$ を解け。
- (6) x, y が正の実数で $xy = 3$ をみたすとき、 $x + 2y$ の最小値を求めよ。

(計算用紙)

3DE

次の問について、答のみを解答欄に記入せよ。

(26 点)

- (1) $\{a_n\}$ は等差数列で, $a_{10} = 20$, $a_{20} = 10$ である. a_n を n の式で表せ.
- (2) (1) の $\{a_n\}$ について, 和 $a_{10} + a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{20}$ を求めよ.
- (3) $\{b_n\}$ は公比が実数の等比数列で, $b_2 = 3$, $b_5 = 24$ である. b_n を n の式で表せ.
- (4) (3) の $\{b_n\}$ について, 和 $b_2 + b_3 + b_4 + \cdots + b_{100}$ を求めよ.
- (5) $S = \sum_{k=1}^n (k^2 + 2k)$ を n の式で表せ. できるだけ因数分解して答えよ.
- (6) $T = 1 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + 5 \cdot (n-3) + \cdots + (2n-1) \cdot 0$ を n の式で表せ.
できるだけ因数分解して答えよ.

(計算用紙)

4DE

次の問について答えよ。「答のみでよい」とある問以外は、推論過程を簡潔に書き、計算過程も主要なものは書くこと。(30点)

注意 解答欄は答案用紙の裏面にある。

I) ℓ を正の定数とする。斜辺 AB の長さが ℓ である直角三角形 OAB について、 $OA = a$, $OB = b$ とする。

(1) ℓ^2 および $\triangle OAB$ の面積 S を、 a, b で表せ。答のみでよい。

(2) a, b を動かすとき、 S の最大値を ℓ で表せ。

II) 三辺 OA, OB, OC が互いに直交し、 OA, OB, OC の長さの和が 6 である四面体 $OABC$ を考える。 $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$ とする。

(3) 3 つの面 $\triangle OAB, \triangle OBC, \triangle OCA$ の面積の和 T の最大値を求めよ。

(4) $\triangle ABC$ の面積を a, b, c で表せ。

(5) 四面体 $OABC$ の表面積は 12 より小さいことを示せ。

(計算用紙)

5DE

次の(1)～(3)のうち、(1)は必ず答えよ。また(2)(3)の中から1題選択して答えよ。推論過程を簡潔に書き、計算過程も主要なものは書くこと。

注意 解答欄は答案用紙の裏面にある。

必答問題

(1) (10点)

任意の自然数 n について次の等式が成り立つことを、数学的帰納法を用いて示せ。

$$1 \cdot 2^2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 \cdot 4 + \cdots + n(n+1)^2(n+2) = \frac{1}{10}n(n+1)(n+2)(n+3)(2n+3) \cdots (*)$$

選択問題

(2) (10点)

x が正の実数全体を動くとき

(i) $x + \frac{2}{x}$ の最小値を求めよ。

(ii) $f(x) = \left(x + \frac{2}{x}\right)^2 - 2\left(x + \frac{2}{x}\right)$ の最小値を求めよ。

(3) (16点)

a を正の定数とする。 $y = \frac{a}{x}$ のグラフが円 $x^2 + y^2 = 1$ と異なる4つの共有点をもつとする。

(i) a の範囲を求めよ。

(ii) 4つの共有点は長方形の頂点をなすことを示せ。

(計算用紙)