2020　SEG 高校数学科　クラス分け試験

試験コード
50040

新高2数学EFG/LMクラス分け試験
(1-2月期D/E/S受講生用)

実施日　：2020年3月15日（日）

試験時間：9：20 ～ 10：50（90分）

配布物：　問題冊子（計算用紙）......................全11頁（表紙を含む）
解答用紙（両面）..............................1枚

注意事項

(1) 答案は後日、郵送で返却致します。

(2) 指定された教室で受験してください。

(3) 問題は全部で5題あり、問題文は2ページから始まります。落丁・乱丁・文意不明の箇所を見いだした場合はすみやかに申し出てください。

(4) $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$の問題は答のみを記入してください。
$\boxed{4}$ $\boxed{5}$の問題は解答の過程をわかりやすい日本語で表現してください。
たとえ答が出ていても、日本語として論旨が読み取れないものは、採点の対象にならない場合があります。

(5) 答案用紙の質問事項は全て記入してください。これからのクラス分けの為に重要となります。

(6) 試験中に私語を発した者、不正行為をした者には退場を命ずることがあります。

(7) 試験終了の合図があったら、ただちに筆記用具を置き、試験監督の指示に従ってください。

会員番号	
氏　名	
学校名	

科学的教育グループSEG®

1 次の問について，結果のみを解答欄に記入せよ． （4 点×6＝24 点）

（1） x の不等式 $\dfrac{1}{x}<1$ を解け．

（2） $9^{\log_3 2}$ の値を log を用いずに答えよ．

（3） $f(x)=x^3$ とするとき，極限 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$ を x の式で答えよ．

（4） $\left|\vec{a}\right|=1, \left|\vec{b}\right|=3, \left|\vec{a}+\vec{b}\right|=2\sqrt{3}$ のとき， $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|$ を求めよ．

（5） xyz 空間内の 3 点 A(1，1，2)，B(2，−1，1)，C(3，0，−1) の作る三角形 ABC の面積を求めよ．

（6） x の 2 次方程式 $3x^2+8x-1=0$ の 2 実解を $\alpha, \beta\,(\alpha<\beta)$ とする．
定積分 $I=\displaystyle\int_{\alpha}^{\beta}(3x^2+8x-1)\,dx$ を計算せよ．

このテストでは G，F，E，M，L にクラス分けされます． 問題は全部で 5 題です．

（計算用紙）

2 次の問について，結果のみを解答欄に記入せよ． (6点×5＝30点)

(1) $a_1=1, a_{n+1}=a_n+n^2\ (n \geqq 1)$ で定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項は n の3次式となる．それを展開形で答えよ．展開形以外は点を与えない．

(2) 和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 5^k$ を計算し，n の式で答えよ．

(3) $\left(\dfrac{1}{7}\right)^{100}$ を十進小数表示するとき，小数第一位からみて初めて0でない数字が登場するのが小数第 m 位であるとする．小数第 m 位の数字を答えよ．
ただし，$\log_{10}2=0.30102\cdots$, $\log_{10}3=0.47712\cdots$, $\log_{10}7=0.84509\cdots$ であることを用いてよい．

(4) k を実数とする．x の方程式 $3x^4-16x^3+18x^2=k$ が相異なる実数解をちょうど2つ持つための k の条件を求めよ．

(5) xyz 空間内の2点 A$(1,\ 2,\ 3)$，B$(7,\ -1,\ 9)$ を通る直線を l とする．
点 C$(6,\ 4,\ 8)$ から直線 l へ下ろした垂線の足 H の座標を求めよ．

（計算用紙）

3 次の問いについて，結果のみを解答欄に記入せよ．　　　　　　　　(8 点 × 4 ＝ 32 点)

(1) $\sin\theta \leqq \dfrac{\sin 2 - \sin 1}{\cos 2 - \cos 1}\left(\cos\theta - \dfrac{\cos 2 + \cos 1}{2}\right) + \dfrac{\sin 2 + \sin 1}{2}$ を満たす θ の範囲を，$0 \leqq \theta < 2\pi$ の範囲で求めよ．

(2) 四面体OABCにおいて，$\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{c} = \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とする．
$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \dfrac{1}{4}\vec{a} + \dfrac{1}{8}\vec{b} + \dfrac{1}{16}\vec{c}$ で与えられる点Pをとり，直線CPと平面OABの交点をQとするとき，三角形OAQの面積は三角形OBQの面積の何倍か．

(3) $y = x^4 - x^2 + x$ のグラフと $y = x^2 + px + q$ のグラフが異なる2点で接するような実数 p, q の組をすべて答えよ．

(4) 4点A(1, 1, 1), B(2, 6, 5), C(-1, c, c), D(-5, $4c$, $4c$) が同一平面上にあるとき，実数 c の値を求めよ．もしそのような c が存在しない場合は「ない」と答えよ．

(計算用紙)

4 以下の設問に答えよ．特に断りのない限り，結果のみでなく，推論過程を日本語で記述し，計算過程も主要なものは略さずに書くこと． （30点）

xyz 空間内に点A$(1,\ 1,\ 1)$を通る球面$S: x^2+y^2+z^2-6x+2y=c$と，同じく点Aを通る平面$\alpha: x-y+z-1=0$とがある．Sとαの交円をC，Cの中心をBとする．

（1）実数cの値，および球面Sの中心Xの座標と，Sの半径rを求めよ．結果のみでよい．

（2）Bの座標を求めよ．

（3）AにおけるSの接平面をβとする．βの式を求めよ．

（4）αと，(3)の平面βの交線をlとする．lの方向ベクトルを（一つ）求めよ．

（5）α上の正三角形で，一辺が(4)のl上にあり，かつCを内接円に持つものを考える．この正三角形をTとするとき，Tの3つの頂点の座標をすべて求めよ．

（計算用紙）

5 以下の設問のうち，**(1)は必ず答えよ．**また，**(2)～(4)の中から一題を選び，答えよ**．結果のみでなく，推論過程を日本語で記述し，計算過程も主要なものは略さずに書くこと．

必修問題(必ず解答せよ)

（1） $y=f(x)=x^2(x-3)(x-5)$ のグラフを考える．このグラフと x 軸とで囲まれる部分で，x 軸の上側の部分の面積を S_1，x 軸の下側の部分の面積を S_2 とするとき，S_1 と S_2 の大小を調べよ．（12 点）

選択問題(一題選択して解答せよ)

（2） θ が全実数を動くときの，$f(\theta)=\sin 2\theta\cos\theta$ の最大値と最小値を求めよ．（10 点）

（3） n を正の整数とする．$\sum_{k=1}^{10^n} k^k$ を 10 進法で表すときの桁数を n を用いて表せ．また，首位（最高位）の数字も答えよ．（14 点）

（4） $\begin{cases} a_{n+1}=\left|2a_n{}^2-1\right| \ (n\geqq 1) \\ a_1=\sin 1^\circ \end{cases}$ で定まる数列 $\{a_n\}$ について，$a_{2020}=\sin\theta$ となる $\theta\,(0^\circ\leqq\theta\leqq 90^\circ)$ の値を求めよ．（16 点）

（計算用紙）