2020　SEG 高校数学科　クラス分け試験

試験コード
50050

新高2数学RSクラス分け試験
（1-2月期 R受講生用）

実施日　：2020 年 3 月 15 日（日）

試験時間：9：20 ～ 10：50（90 分）

配布物：　問題冊子（計算用紙）……………………全 11 頁
解答用紙（両面）……………1 枚

注意事項

(1) 答案は後日、郵送で返却致します。

(2) 指定された教室で受験してください。

(3) 問題は全部で 5 題あり、問題文は 1 ページから始まります。落丁・乱丁・文意不明の箇所を見いだした場合はすみやかに申し出てください。

(4) $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$の問題は答のみを記入してください。
$\boxed{4}$ $\boxed{5}$の問題は解答の過程をわかりやすい日本語で表現してください。
たとえ答が出ていても、日本語として論旨が読み取れないものは、採点の対象にならない場合があります。

(5) 答案用紙の質問事項は全て記入してください。これからのクラス分けの為に重要となります。

(6) 試験中に私語を発した者、不正行為をした者には退場を命ずることがあります。

(7) 試験終了の合図があったら、ただちに筆記用具を置き、試験監督の指示に従ってください。

会員番号	
氏　名	
学校名	

科学的教育グループSEG®

1R 次の問について、答の数値又は式のみを解答欄に記入せよ。

(4 点 × 6 = 24 点)

(1) x の 2 次不等式 $x^2 - x - 1 < 0$ を解け。

(2) $2\sin\theta > 1$ かつ $0^\circ \leqq \theta < 360^\circ$ をみたす θ の範囲を求めよ。

(3) $\triangle\mathrm{ABC}$ において $\mathrm{AB} = 5,\ \mathrm{AC} = 6,\ \cos\angle\mathrm{BAC} = \dfrac{-1}{3}$ のとき、$\triangle\mathrm{ABC}$ の面積 S を求めよ。

(4) 円 $C\colon x^2 + y^2 = x$ の中心 A の座標と半径 r を求めよ。

(5) 1 枚のコインを 6 回投げたとき、表がちょうど 4 回出る確率 p を求めよ。

(6) 1,2,3,4,5 の 5 種類の数字だけを用いて作られる 4 桁の自然数は、全部で $5^4 = 625$ 通りある。このうち出現する数字に重複のあるもの (1213 や 5555 など) は何通りあるか。

このテストでは、R、S
にクラス分けされます。
問題は全部で 5 題です。

(計算用紙)

$\boxed{2_{\mathrm{R}}}$ 次の問について、答の数値又は式のみを解答欄に記入せよ。

(5 点 × 6 = 30 点)

(1) x の 3 次式 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$ を 1 次式の積の形に因数分解せよ。

(2) $a = \log_{10} 2,\ b = \log_{10} 3$ とするとき、次の値を a, b で表せ。

$$I = \log_{10} 24, \qquad J = \log_{10}\left(10 + \frac{1}{8}\right), \qquad K = \log_{16} 27$$

(3) 数列の和 $S_n = \sum_{k=1}^{n} \dfrac{2^k}{3^k}$ を求めよ。

(4) $a_1 = 5$ かつ $a_{n+1} = 4a_n - 9\ (n \geqq 1)$ で定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n の式で表せ。

(5) 円 $C\colon x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ と直線 $\ell\colon y = 2x - 10$ の交点を P,Q とする。線分 PQ の長さを求めよ。

(6) 某塾のテストで A 氏・B 氏・C 氏 の 3 人が 600 枚の答案を採点した。

- A 氏は 300 枚・B 氏は 200 枚・C 氏は 100 枚を採点した。
- 3 氏が採点ミスをする確率は経験的に、A 氏は 1000 枚に 1 枚の割合、B 氏が 500 枚に 3 枚の割合、C 氏が 60 枚に 1 枚の割合、であることが知られている。

600 枚から 1 枚を無作為に選んだところ、採点ミスが発見された。その採点が C 氏によるものであった確率 p を求めよ。

(計算用紙)

$\boxed{3_{\mathrm{R}}}$ 次の問について、答の数値又は式のみを解答欄に記入せよ。

(6 点 × 6 = 36 点)

(1) $f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5$ のとき、$f\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ を求めよ。

(2) $a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + \dfrac{1}{n(n+1)}$ $(n \geqq 1)$ で定まる数列がある。

(i) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$ を求めよ。

(ii) a_n を n の式で表せ。

(3) 以下 2^{100} などの巨大数は、指数表示のまま答えてよい。

(i) 多項式 $(2x-3)^{100}$ を $x-2$ で割った余りを求めよ。

(ii) 多項式 $(2x-3)^{100}$ を $2x^2-5x+2$ で割った余りを求めよ。

(4) 3 次方程式 $x^3 - x^2 - 3x + 1 = 0$ の 3 解を α, β, γ とする。

(i) $\beta\gamma + \gamma\alpha + \alpha\beta$ の値を求めよ。

(ii) $\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$ の値を求めよ。

(5) (i) $x + y + z = 20$ をみたす自然数の組 (x, y, z) は何通りあるか。

(ii) $x + y + z \leqq 20$ をみたす自然数の組 (x, y, z) は何通りあるか。

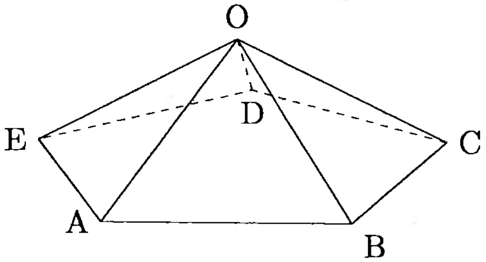
(6) (i) $(x + 2y - z)^8$ の展開式における $x^3y^2z^3$ の係数を求めよ。

(ii) $(x^2 + x - 3)^6$ の展開式における x^4 の係数を求めよ。

(計算用紙)

4R　以下の設問に答えよ。「結果のみ答えよ」とある問題以外は、推論過程を明解かつ簡潔な日本語で述べ、計算過程も主要なものは略さずに書くこと。 (25点)

注意　解答欄は答案用紙の裏面にある。



五角形ABCDEを底面とする五角錐O-ABCDEがある。動点Pはこの多面体の頂点にあり、1秒ごとに隣りの頂点のどれかに等確率で移る。最初点Pは頂点Oにあるとし、n秒後に動点Pが頂点Oにある確率をp_n(nは自然数)とする。

(1) p_1, p_2を計算し、結果のみ答えよ。

(2) p_{n+1}をp_nで表せ。

(3) p_nをnの式で表せ。

(4) $n \geqq 2$とする。1秒後からn秒後のうち、動点Pが頂点Oにあるのがちょうど1回だけである確率をq_nとする。q_nをnの式で表せ。なお最初に頂点Oにあるのは「1秒後からn秒後のうち」に含まれないことに注意せよ。

(新高2数学RSクラス分け)　　(2020年3月15日実施)

(計算用紙)

$\boxed{5_R}$ 以下の設問に答えよ。推論過程を明解かつ簡潔な日本語で述べ、計算過程も主要なものは略さずに書くこと。 (25 点)

$\boxed{\text{注意}}$ 解答欄は答案用紙の裏面にある。

n は正の整数とする。

(1) 10 円玉と 50 円玉を組み合せて合計 $50 \times n$ 円にするには $(n+1)$ 通りの方法があることを示せ。

(2) 10 円玉、50 円玉、100 円玉を組み合せて、合計 $100 \times n$ 円にするには何通りの方法があるか。

(3) 10 円玉、50 円玉、100 円玉、500 円玉を組み合せて合計 1 万円にするには何通りの方法があるか。

(計算用紙)