

受験数学文系クラス分け試験

実施日 : 2020 年 3 月 15 日 (日)

試験時間 : 11 : 20 ~ 13 : 00 (100 分)

配布物 : 問題冊子 (計算用紙) 全 11 頁 (表紙を含む)
解答用紙 (両面) 1 枚

注意事項

- (1) 答案は後日、郵送で返却致します。
- (2) 指定された教室で受験してください。
- (3) 問題は全部で 5 題あり、問題文は 2 ページから始まります。落丁・乱丁・文意不明の箇所を見いだした場合はすみやかに申し出てください。
- (4) ① ② ③ の問題は答のみを記入してください。
④ ⑤ の問題は解答の過程をわかりやすい日本語で表現してください。
たとえ答が出ていても、日本語として論旨が読み取れないものは、採点の対象にならない場合があります。
- (5) 答案用紙の質問事項は全て記入してください。これからのクラス分けの為に重要となります。
- (6) 試験中に私語を発した者、不正行為をした者には退場を命ずることがあります。
- (7) 試験終了の合図があったら、ただちに筆記用具を置き、試験監督の指示に従ってください。

会員番号	
氏 名	
学校名	

1. 

次の問について、答の数値または結果のみを解答欄に記入せよ。(5 点×5 =25 点)

- (1) 2 次方程式 $x^2+5x+3=0$ の 2 解を α, β とするとき、 $\alpha^5+\beta^5$ の値を求めよ。
- (2) 不等式 $\log_2(x+1)+\log_2(x+3)\leq 3$ を解け。
- (3) $AB=6, BC=7, CA=8$ の 3 角形 ABC の重心を G とするとき、線分 AG の長さを求めよ。
- (4) n を自然数とする。2 つの自然数 $A=2n^2+3n+7, B=n+1$ の最大公約数を G とする。 G としてあり得るものをすべて求めよ。
- (5) 1 から 13 までの 13 個の自然数がそれぞれ 1 つずつ書かれた 13 枚のカードから無作為に 3 枚を選ぶ。このとき、1 3 5 のように、どの 2 数の差も 2 以上となる選び方の総数を求めよ。

この試験は、受験数学文系 L, M にクラス分けされます。
問題は全部で 5 題です。

(計算用紙)

2.

次の問について、答の数値または結果のみを解答欄に記入せよ。(6点×5 = 30点)

- (1)
- n
- を自然数とする。

和 $S_n = \sum_{k=1}^n k \cdot 3^{k-1}$ を n の式で表せ。

- (2)
- x
- が全実数を動くとき、

$$y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 + 3}$$

の値域 W を求めよ。

- (3)
- θ
- が
- $0 \leq \theta \leq \pi$
- を動くとき、

$$z = \frac{\sin \theta - 3}{\cos \theta + 2}$$

の値域 V を求めよ。

- (4) 実数
- x, y
- が、

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 5 \\ x + y \geq 1 \end{cases}$$

をみたして動くとき、 $u = \frac{1}{3}x - y$ の値域 U を求めよ。

- (5) 4次関数

$$f(x) = x^4 - 4x^3 - 4x^2 + 8x + 7$$

の極大値を求めよ。

(計算用紙)

3.

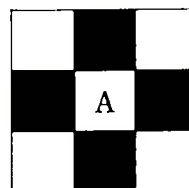
次の問について、答の数値または結果のみを解答欄に記入せよ。(30 点)

I) 3点 $A(2, 1, 7)$, $B(2, 5, 5)$, $C(5, 3, 5)$ を通る平面を α とする。平面 α 上を動く点 P があり、この点は原点 O からの距離 OP が $7\sqrt{2}$ 以下となるように動く。

- (1) O から α に下ろした垂線の足 H の座標を求めよ。
- (2) 平面 α 上の点 $Q(14, 7, 0)$ に対して、距離 PQ の最小値を求めよ。

II) 右図のように真ん中に A の文字が書かれた、正方形を 9 個のマスを区切った盤がある。

はじめに、この盤の A の位置に、駒 P を置き、次の操作(☆)を行う。



- (☆) { 駒 P が A のマスにあるときは、
 左右上下のマスをそれぞれ $\frac{1}{4}$ の確率で駒 P を動かす。
 駒 P が黒いマスにあるときは、
 確率 $\frac{1}{4}$ でそのマスに止まり、隣り合う白いマスか A のマスにそれぞれ $\frac{1}{4}$ の確率で、駒 P を動かす。
 駒 P が白いマスにあるときは、
 隣り合う黒いマスにそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で駒 P を動かす。

この盤の A の位置に、駒 P を置き、操作(☆)を n 回 (n は自然数) 行った後に駒 P が A のマスにいる確率を p_n とおく。

- (1) p_2 を求めよ。
- (2) p_5 を求めよ。
- (3) p_n を n の式で表せ。

(計算用紙)

4_{LM}

以下の設問に答えよ。推論過程を明快かつ簡潔な日本語で述べ、計算過程も主要なものは略さず書くこと。ただし、(1)は結果のみでよい。 (25 点)

実数 x, y に対し、点 (x, y) が次の連立不等式で表される領域 D

$$0 \leq \frac{x}{2} \leq y \leq 3$$

を動くとする。このとき、

$$z = 2x^2 - 2xy + y^2 - 4x$$

の値域を考えたい。

(1) 領域 D を xy 平面に図示せよ。(境界同士の交点の座標を記すこと)

(2) $x = 4$ のとき、 z の値域を求めよ。

(3) z の値域を求めよ。

(計算用紙)

5

以下の設問に答えよ。推論過程を明快かつ簡潔な日本語で述べ、計算過程も主要なものは略さず書くこと。(30点)

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 6a + 9$ とおく。 a は実数の定数とする。

- (1) x の2次方程式 $f(x) = 0$ が実数解を持つような a の範囲を求めよ。
- (2) a が(1)の範囲を動くとき、2次方程式 $f(x) = 0$ の実数解としてありうる値の範囲を求めよ。
- (3) a が(1)の範囲を動くとき、 x の2次関数 $y = f(x)$ のグラフ C_a の xy 平面における通過領域 W を求め、図示せよ。
- (4) W と xy 平面上の領域 $1 \leq x \leq 3$ との共通部分 V の面積 S を求めよ。

(計算用紙)